

2.3. "A" parka ienākošās un izejošās plūsmas analīze

Visa stacijas un katram atsevišķi parkam darba plānošana notiek pēc prognozējamā vai esošā darba daudzuma (vagonplūsmas), kuru tiem ir jāpārstrādā. Jebkura parka vai stacijas caurejošā darba izpēte tiek pamatota uz iespējamo vai esošo ienākošās plūsmas un izejošās plūsmas analīzi, kura ataino to darba daudzumu ar kuru stacija var tikt galā nodrošinot pilnvērtīgu un savlaicīgu visu pienākošo apstrādi vai garāmbraucošo vilcienu caurlaišanu.

Ieejošā un izejošā plūsma pamatā tiek pētīta pēc dažādiem vagonplūsmas intensitātes rādītājiem un pēc laika koeficientu izpētes, ar kuru stacija vai noteikts parks tiek galā ar noteikto darba daudzumu. Pēc iegūtajiem rezultātiem var spriest par stacijas vai parka nepilnībām, kuras palēnina visu notiekošās operācijas, kuras nepieciešama vagonplūsmas pārstrādei.

2.3.1. Vilcienu ienākošās plūsmas empīriskā un teorētiskā sadalījuma atbilstības pārbaude

Statistiskā apstrāde notiek izmantojot variācijas sadalījuma statistiskās rindas metodi. Par variācijas sadalījuma rindu sauc divas savstarpēji saistītas skaitļu rindas: pētāmas pazīmes vērtības un tām atbilstošos novērojumu biežumus jeb frekvences n_i . Visām pētāmas pazīmes vērtības atbilstošo frekvenču summa sakrīt ar izlases vienību skaitu n :

$$\sum_i^k n_i = n, \quad (2.1)$$

kur: k - pētāmas pazīmes iespējamo vērtību skaits.

Relatīvā frekvence p_i rāda, kāda izlases daļa atbilst attiecīgajai pētāmās pazīmes vērtībai:

$$p_i = \frac{n_i}{n} \quad (2.2)$$

Visu relatīvo frekvenču summa ir vienāda ar 1 jeb 100%:

$$\sum_{i=1}^k p_i = 1 \quad (2.3)$$

Kumulatīvās jeb uzkrājošās frekvences n'_i definē šādi:

$$n'_1 = n_1, n'_i = n'_{i-1} + n_i, i = 2, \dots, k. \quad (2.4)$$

Atbilstošās relatīvās kumulatīvās frekvences p'_i ir:

$$p'_i = \frac{n'_i}{n}. \quad (2.5)$$

Diskrētu variantu sakārtošanu augošā vai dilstošā secībā sauc par **ranžēšanu**. Ja pazīmes ir ranžētas, tad pētāmās pazīmes kumulatīvā frekvence n'_i ir šīs pazīmes un visu iepriekšējo pazīmju frekvenču summa. Pēdējās pazīmes kumulatīvā frekvence ir vienāda ar n jeb 100%.

Piemērām, aprēķināsim relatīvās, kumulatīvās un relatīvas kumulatīvās frekvences, vilcienu laika apkalpošanas periodam izmantojot statistikas datus.

Nepārtraukti variējošu pazīmju variācijas rindas sastādīšana nav efektīva, jo variēšanas iespēju robežās variantam var būt jebkura vērtība. Tādēļ nepārtrauktu variantu gadījumā tiek veidoti intervāli jeb grupas. Tātad variācijas rindas apstrādē izmantosim intervālu centrus. Līdz ar to viena intervālā nonākušos novērojumus nosacīti uzskata par vienādiem. Matemātiskajā statistikā parasti lieto vienāda garuma intervālus. Intervālu garums var aprēķināt izmantojot Breksī formulu ja $n > 100$):

$$c = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{5 \lg n}, \quad (2.6)$$

maksimālo vērtību $X_{\max} = 2,77$, minimālo vērtību $X_{\min} = 0$, $n = 399$, tad:

$$C = \frac{2,77 - 0}{5 * \lg 399} = 0,21$$

Pēc tam, visu pazīmes variācijas apgabalu starp minimālo un maksimālo varianti sadala grupās. Grupas veidosim tā, lai pirmās grupas centrs sakristu ar minimālo vērtību. Pirmā intervāla viduspunkts ir:

$$X_1 = X_{\min} + \frac{c}{2}, \quad (2.7)$$

$$X_1 = 0 + \frac{0,21}{2} = 0,11$$

Pieskaitot intervāla garumu, var aprēķināt katru nākamo viduspunktu:

$$X_{i+1} = X_i + c \quad (i=1, \dots, k). \quad (2.8)$$

2.2. tabula

Intervālu robežu jāaprēķina tik ilgi, līdz netiks ietverta maksimālā robeža.

Vilcienu pienākšanas intervāli		Intervālu centrs	Skaitis, <i>noi</i>	Relatīva frekvence, <i>pi</i>	Kumulatīva frekvence, <i>ni'</i>	Relatīva kumulatīva frekvence, <i>pi'</i>
0,00	0,21	0,11	112	0,281	112	0,281
0,22	0,42	0,32	80	0,201	192	0,481
0,43	0,63	0,53	73	0,183	265	0,664
0,64	0,84	0,74	47	0,118	312	0,782
0,85	1,05	0,95	27	0,068	339	0,850
1,06	1,26	1,16	25	0,063	364	0,912
1,27	1,47	1,37	9	0,023	373	0,935
1,48	1,68	1,58	15	0,038	388	0,972
1,69	1,89	1,79	5	0,013	393	0,985
1,90	2,10	2,00	1	0,003	394	0,987
2,11	2,31	2,21	1	0,003	395	0,990
2,32	2,52	2,42	2	0,005	397	0,995
2,53	2,73	2,63	1	0,003	398	0,997
2,74	2,94	2,84	1	0,003	399	1,000
Kopā			399	1,000		

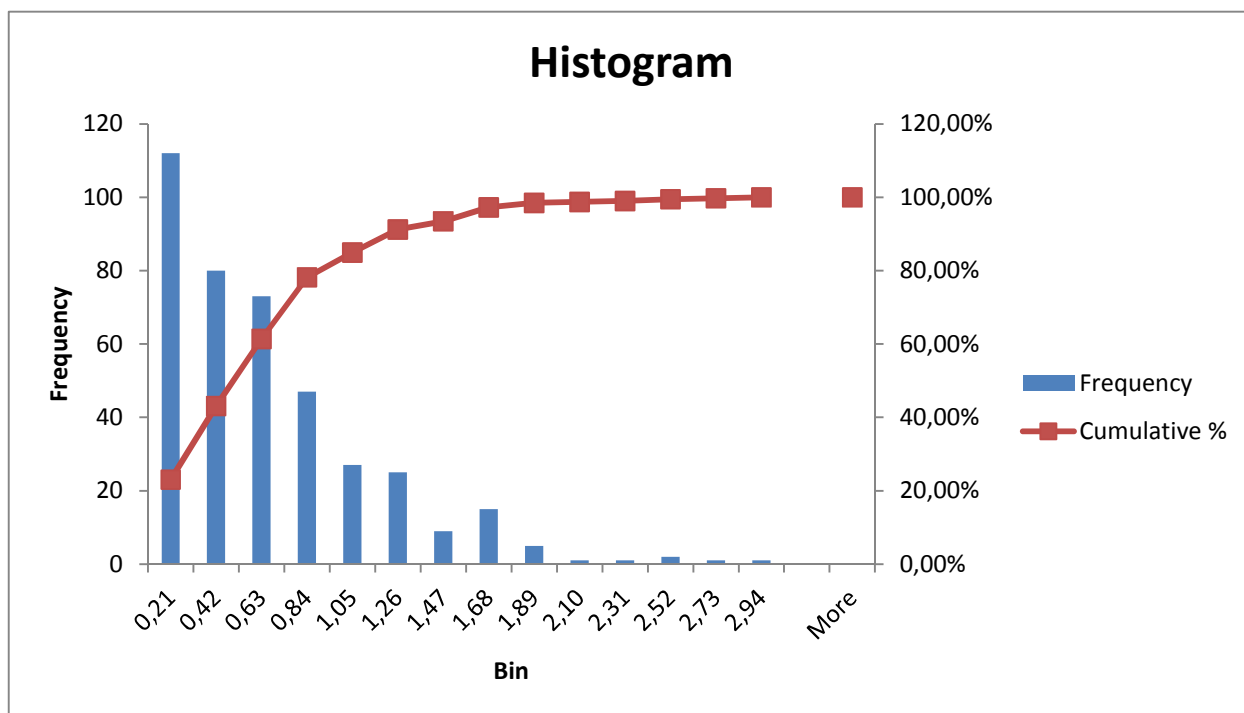
Izmantojam MS Excel programmas Datu analīzes rīku Histogramma (Histogramm), kurš ļauj aprēķināt vilcienu pienākšanas intensitātes blīvumu un kumulātu. Rezultāti parādīti 2.5. tabulā.

2.3. tabula

Vilcienu pienākšanas blīvums

Laika intervāls	Absolūta frekvence	Kumulāts [%]
0,21	112	23,06%
0,42	80	43,11%
0,63	73	61,40%
0,84	47	78,20%
1,05	27	84,96%
1,26	25	91,23%
1,47	9	93,48%
1,68	15	97,24%
1,89	5	98,50%
2,10	1	98,75%
2,31	1	99,00%
2,52	2	99,50%
2,73	1	99,75%
2,94	1	100,00%

Pēc 2.5. tabulas datiem izveidojam grafiku (2.1. zīm.).



2.1.zīm.Vilcienu pienākšanas blīvumu un kumulātu histogramma

Analizējot histogrammu, pieņemsim, ka pienākšanas laiks starp vilcieniem pieņemšanas „A” parka pakļaujas **Eksponenciāla sadalījuma likumam**.

2.3.1.1. Statisko rādītāju aprēķināšana

Statisko rādītāju aprēķināšanai un analīzei var izmantot MS Excel rīku Descriptive Statics, kurš ļauj negrupētām izlasēm vienlaicīgi aprēķināt vairākus statistiskos rādītājus. Izmantosim šo rīku, analizējot datus vilcienu sastāvu pienākšanas intervālu pētījumiem pamatojoties uz pielikumā apkopotajiem datiem. Rezultāti parādīti 2.6. tabulā.

2.4. tabula

Vilcienu pienākšanas intervālu pētījumu rezultātu tabula

Komentāri	Column 1	Dati
aritmētiskais vidējais	Mean	0,602
standartklāda	Standard Error	0,023
mediāna	Median	0,500
moda	Mode	0,250
standartnovirze	Standard Deviation	0,464
dispersija	Sample Variance	0,215
ekscensa koeficients	Kurtosis	2,694
asimetrijas koeficients	Skewness	1,434
amplitūda	Range	2,770
minimums	Minimum	0,000
maksimums	Maximum	2,770
absolūtais lielums	Sum	240,250
novērojumu skaits	Count	399,000
ticamības līmenis	Confidence Level(95,0%)	0,046

Šis rīks ļoti atvieglo aprēķināšanu, bet var arī izmantot formulas.

Par gadījuma lielumu **matemātisko cerību** vai vidējo vērtību sauc visu iespējamo gadījuma lielumu vērtību un to varbūtību reizinājumu summu. Gadījumu biežumu sauc par statistisko varbūtību.

$$M(x) = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad (2.9)$$

$$M(x) = \frac{240,250}{399} = 0,60$$

kur: $M(x)$ - matemātiskā gaidīšana;
 X_i - gadījuma vērtība;
 n - gadījuma vērtību daudzums.

Par gadījuma lielumu **dispersiju** sauc centrēto gadījuma lielumu kvadrāta matemātisko cerību. Par centrēto gadījuma lielumu sauc gadījuma lieluma novirzi no tā matemātiskās gaidīšanas.

$$D(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - M(x))^2}{n} \quad (2.10)$$

Par gadījuma lieluma **vidējo kvadrātisko novirzi** sauc kvadrātisko sakni no dispersijas.

$$\sigma = \sqrt{D(x)} \quad (2.11)$$

2.3.1.2. Empīriskā un Eksponenciāla sadalījuma atbilstības pārbaude

Viena no vienkāršākām metodēm, kā salīdzināt atbilstību starp empīrisko un teorētisko sadalījumu, ir grafiskā: ģeometriski aplūkojot abu sadalījumu līknes. Abu līkņu sakrišanas pakāpe raksturo sadalījumu atbilstību. Precīzākai empīriskā un teorētiskā sadalījuma atbilstības raksturošanai izmanto χ^2 kritēriju. Ja ar *noi* apzīmē empīriskā sadalījuma frekvenci un ar *nei* – atbilstošā teorētiskā sadalījuma frekvenci, tad varam izvirzīt hipotēzes:

- H0: *noi* = *nei* - empīriskais sadalījums atbilst teorētiskajam,
- H1: *noi* ≠ *nei* - empīriskais sadalījums neatbilst teorētiskajam.

Brīvības pakāpju skaits $\nu = k - I - r$, kur k ir intervālu jeb vilcienu skaits, un r ir teorētiskā sadalījuma parametru skaits:

- normālam sadalījumam $r = 2$, jo tiek izmantoti divi rādītāji: μ un σ ,
- Puassona un binominālajam sadalījumam $r = 1$.

Izmantojot χ^2 kritēriju, visos intervālos vai vilcienos (it īpaši teorētiskajā sadalījumā) jābūt pietiekami liels novērojumu skaits: ne mazākam kā 5 novērojumi. Ja dati šai prasībai neatbilst, intervālus var apvienot.

Lai raksturotu empīriskā un teorētiskā sadalījuma atbilstību, faktisko testa vērtību

$\chi^2 = \sum (noi - nei)^2 / nei$ salīdzina ar kritisko $\chi^2_{\alpha, \nu}$, ja:

- $\chi^2 = 0$, tad $noi = nei$ un sadalījumu līknes sakrīt;
- $\chi^2 > \chi^2_{\alpha, \nu}$, tad starpība starp sadalījumiem ir būtiska ar varbūtību $P = 1 - \alpha$;
- $\chi^2 < \chi^2_{\alpha, \nu}$, tad ar varbūtību $P = 1 - \alpha$ nevaram noraidīt nulles hipotēzi.

Lai pārbaudītu hipotēzi par empīriskā sadalījuma atbilstību Eksponeiālam sadalījumam izveidosim tabulu, kuru pēc tam izmantosim χ^2 kritērija aprēķināšanai.

Vilcienu vidējo vērtību χ_i un empīriskā sadalījuma frekvences noi aprēķinām, izmantojot izejas datus. Ar c ir atzīmēts intervāla garums, bet ar n – novērojumu skaits.

2.5. tabula

Tabula χ^2 kritērija noteikšanai

Vilcienu pienākšanas intervāli		Skaitis, <i>noi</i>	Intervāla viduspunkts, <i>xi</i>	<i>xi*noi</i>	<i>noi(xi-x)²</i>	<i>f(xi)</i>	<i>nei=f(xi)*c*n</i>
0,00	0,21	112	0,11	11,76	23,58	1,3945	116,84
0,22	0,42	80	0,32	25,60	4,76	0,9759	81,77
0,43	0,63	73	0,53	38,69	0,08	0,6887	57,70
0,64	0,84	47	0,74	34,78	1,46	0,4860	40,72
0,85	1,05	27	0,95	25,65	4,03	0,3429	28,74
1,06	1,26	25	1,16	29,00	8,88	0,2420	20,28
1,27	1,47	9	1,37	12,33	5,85	0,1708	14,31
1,48	1,68	15	1,58	23,70	15,49	0,1205	10,10
1,69	1,89	5	1,79	8,95	7,52	0,0850	7,13
1,90	2,10	1	2,00	2,00	2,06	0,0600	5,03
2,11	2,31	1	2,21	2,21	2,71	0,0424	3,55
2,32	2,52	2	2,42	4,84	6,89	0,0299	2,50
2,53	2,73	1	2,63	2,63	4,27	0,0211	1,77
2,74	2,94	1	2,84	2,84	5,18	0,0149	1,25
Kopā		399		240,250	85,42		391,68

Pēc tabulas datiem varam aprēķināt vidējo vērtību:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \cdot noi}{\sum noi}, \quad (2.12)$$

$$X = \frac{240,250}{399} = 0,602$$

Kā arī var noteikt standartnovirzi:

$$s = \sqrt{\frac{noi \cdot (x_i - \bar{X})}{n-1}}, \quad (2.13)$$

$$s = \sqrt{\frac{85,42}{399-1}} = 0,464 \text{ st.}$$

Intervāla garums:

$$c = 0,21$$

Novērojumu skaits:

$$n = 399$$

Teorētisko eksponenciālo blīvuma funkciju aprēķinam, izmantojot eksponenciāla sadalījuma formulu:

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} \quad (2.14)$$

kur: λ - plūsmas blīvums; $\lambda = \frac{1}{x}$

x - aritmētiskais vidējais, vai matemātiskā gaidīšana $x = 0,602$ st.

Tad: $\lambda = \frac{1}{0,602} = 1,67 \text{ vilcienu/stundā.}$

Lai pārbaudītu empīriskā sadalījuma atbilstību eksponenciālam sadalījumam, izmantosim χ^2 kritēriju, iepriekš apvienojot intervālus, kuros ir mazāk nekā 5 novērojumi.

Tabula χ^2 kritērija pārbaudīšana

Vilcienu pienākšanas intervāli		Skaits, <i>noi</i>	<i>nei</i>	$(noi-nei)^2/nei$
0,00	0,21	112	116,84	0,20
0,22	0,42	80	81,77	0,04
0,43	0,63	73	57,70	4,06
0,64	0,84	47	40,72	0,97
0,85	1,05	27	28,74	0,11
1,06	1,26	25	20,28	1,10
1,27	1,47	9	14,31	1,97
1,48	1,68	15	10,10	2,38
1,69	1,89	5	7,13	0,64
1,90	2,94	6	14,10	4,65
Kopā		399		16,10

Tad faktiska testa vērtība ir vienāda ar:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_{oi} - n_{ei})^2}{n_{ei}} = 16,10 \quad (2.15)$$

Salīdzināsim ar atbilstošo kritisko vērtību $\chi^2_{\alpha,v}$. Intervālu skaits ir $k = 14$, līdz ar to varam noteikt brīvības pakāpju skaitu $v = k - 1 - r$, kur $r = 1$ t. k. eksponenciālais sadalījums.

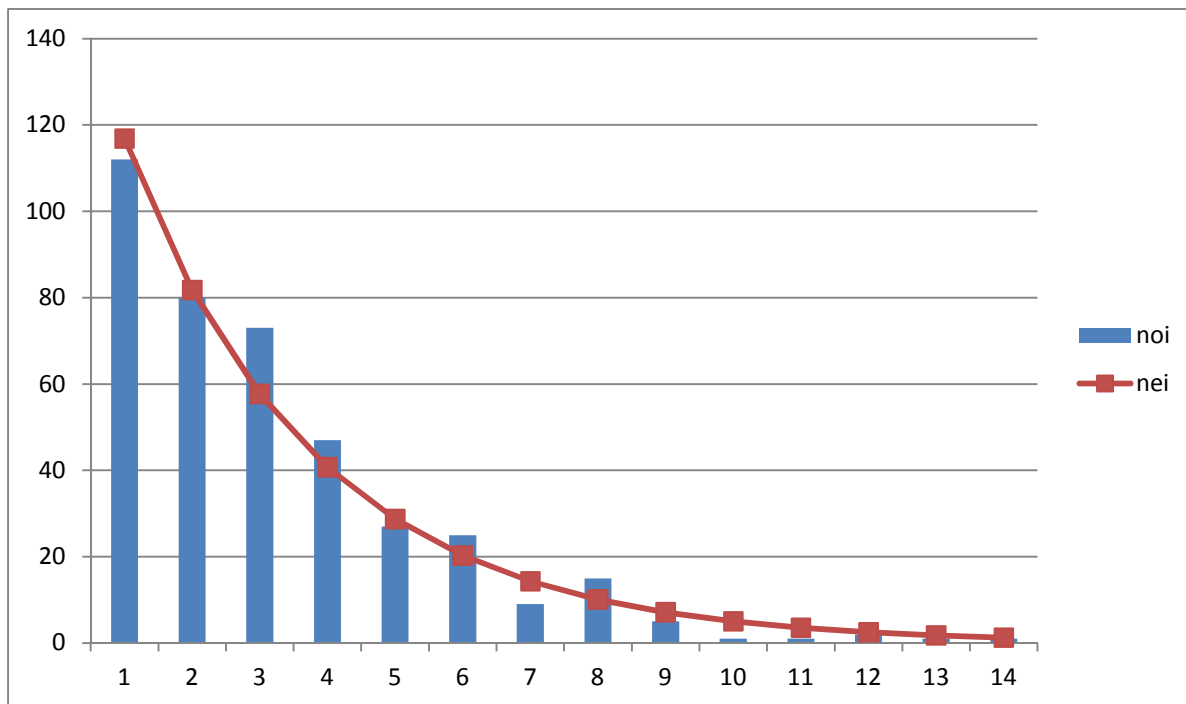
$$v = 14 - 1 - 1 = 12$$

Tā kā faktiskā testa vērtība ir mazāka par kritisko $\chi^2 = 16,10 < \chi^2_{0,05;12} = 21,03$, tad ar varbūtību 95% nevaram noraidīt nulles hipotēzi, ka empīriskais sadalījums atbilst eksponenciālajam sadalījumam.

Ieejošās plūsmas intensitāti λ aprēķina pēc formulas:

$$\lambda = \frac{1}{t} = \frac{1}{0.602} = 1,67 \text{ (vilc./st)} \quad (2.16)$$

kur: t – pienākšanas intervālu vidējā vērtība, kas ir vienāda ar $M[I]$;



2.2.zīm. Vilcienu pienākšanas intervālu empīriskā un eksponenciāla sadalījuma frekvences grafiks

2.3.2. Empīriskā un teorētiskā sadalījuma atbilstības pārbaude vilcienu nosūtīšanas laika intervāliem

Statistiskā apstrāde notiek izmantojot variācijas sadalījuma statistiskās rindas metodi. Par variācijas sadalījuma rindu sauc divas savstarpēji saistītas skaitļu rindas: pētāmas pazīmes vērtības un tām atbilstošos novērojumu biežumus jeb frekvences n_i . Visām pētāmas pazīmes vērtības atbilstošo frekvenču summa sakrīt ar izlases vienību skaitu n :

$$\sum_{i=1}^k n_i = n, \quad (2.17)$$

kur: k - pētāmas pazīmes iespējamo vērtību skaits.

Relatīvā frekvence p_i rāda, kāda izlases daļa atbilst attiecīgajai pētāmās pazīmes vērtībai:

$$p_i = \frac{n_i}{n} \quad (2.18)$$

Visu relatīvo frekvenču summa ir vienāda ar 1 jeb 100%:

$$\sum_{i=1}^k p_i = 1 \quad (2.19)$$

Kumulatīvās jeb uzkrājošās frekvences n'_i definē šādi:

$$n'_1 = n_1, n'_i = n'_{i-1} + n_i, i = 2, \dots, k. \quad (2.20)$$

Atbilstošās relatīvās kumulatīvās frekvences p'_i ir:

$$p'_i = \frac{n'_i}{n}. \quad (2.21)$$

Diskrētu variantu sakārtošanu augošā vai dilstošā secībā sauc par **ranžēšanu**. Ja pazīmes ir ranžētas, tad pētāmās pazīmes kumulatīvā frekvence n'_i ir šīs pazīmes un visu iepriekšējo pazīmju frekvenču summa. Pēdējās pazīmes kumulatīvā frekvence ir vienāda ar 1 jeb 100%.

Piemērām, aprēķināsim relatīvās, kumulatīvās un relatīvas kumulatīvās frekvences, vilcienu laika apkalpošanas periodam izmantojot statistikas datus.

Nepārtraukti variējošu pazīmju variācijas rindas sastādīšana nav efektīva, jo variēšanas iespēju robežās variantam var būt jebkura vērtība. Tādēļ nepārtrauktu variantu gadījumā tiek veidoti intervāli jeb grupas. Tātad variācijas rindas apstrādē izmantosim intervālu centrus. Līdz ar to viena intervālā nonākušos novērojumus nosacīti uzskata par vienādiem. Matemātiskajā statistikā parasti lieto vienāda garuma intervālus. Intervālu garums var aprēķināt izmantojot Breksī formulu ja $n > 100$):

$$c = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{5 \lg n}, \quad (2.22)$$

maksimālo vērtību $X_{\max} = 2,92$, minimālo vērtību $X_{\min} = 0$, $n = 399$, tad:

$$C = \frac{2,92 - 0}{5 * \lg 399} = 0,22$$

Pēc tam, visu pazīmes variācijas apgabalu starp minimālo un maksimālo varianti sadala grupās. Grupas veidosim tā, lai pirmās grupas centrs sakristu ar minimālo vērtību. Pirmā intervāla viduspunkts ir:

$$X_1 = X_{\min} + \frac{c}{2}, \quad (2.23)$$

$$X_1 = 0 + \frac{0,22}{2} = 0,11$$

Pieskaitot intervāla garumu, var aprēķināt katru nākamo viduspunktu:

$$X_{i+1} = X_i + c \quad (i=1, \dots, k). \quad (2.24)$$

2.7. tabula

Intervālu robežu jāaprēķina tik ilgi, līdz netiks ietverta maksimālā robeža.

Vilcienu pienākšanas intervāli		Intervālu centrs	Skaitis, <i>noi</i>	Relatīvā frekvence, <i>pi</i>	Kumulatīvā frekvence, <i>ni'</i>	Relatīvā kumulatīvā frekvence, <i>pi'</i>
0,00	0,22	0,11	116	0,291	116	0,291
0,23	0,44	0,34	86	0,216	202	0,506
0,45	0,66	0,56	73	0,183	275	0,689
0,67	0,88	0,78	57	0,143	332	0,832
0,89	1,10	1,00	21	0,053	353	0,885
1,11	1,32	1,22	14	0,035	367	0,920
1,33	1,54	1,44	12	0,030	379	0,950
1,55	1,76	1,66	6	0,015	385	0,965
1,77	1,98	1,88	5	0,013	390	0,977
1,99	2,20	2,10	2	0,005	392	0,982
2,21	2,42	2,32	4	0,010	396	0,992
2,43	2,64	2,54	2	0,005	398	0,997
2,65	2,86	2,76	0	0,000	398	0,997
2,87	3,08	2,98	1	0,003	399	1,000
Kopā			399	1,000		

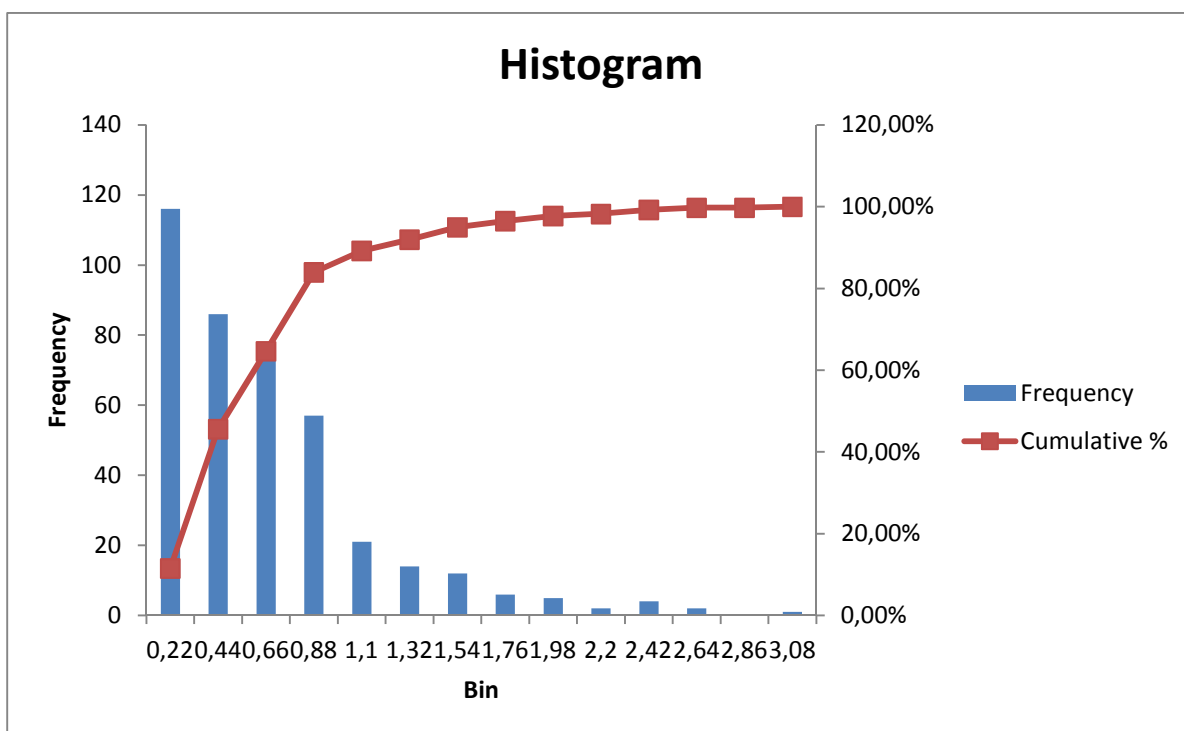
Izmantojam MS Excel programmas Datu analīzes rīku Histogramma (Histogramm), kurš ļauj aprēķināt vilcienu nosūtīšanas intensitātes blīvumu un kumulātu. Rezultāti parādīti 2.8. tabulā.

2.8. tabula

Vilcienu nosūtīšanas blīvums

Laika intervāls	Absolūta frekvence	Kumulāts [%]
0,22	116	11,53%
0,44	86	45,61%
0,66	73	64,66%
0,88	57	83,96%
1,1	21	89,22%
1,32	14	91,98%
1,54	12	94,99%
1,76	6	96,49%
1,98	5	97,74%
2,2	2	98,25%
2,42	4	99,25%
2,64	2	99,75%
2,86	0	99,75%
3,08	1	100,00%

Pēc 2.8. tabulas datiem izveidojam grafiku (2.3. zīm.).



2.3.zīm. Vilcienu nosūtīšanas blīvumu un kumulātu histogramma

Analizējot histogrammu, pieņemsim, ka nosūtīšanas laiks starp vilcieniem pieņemšanas „A” parka pakļaujas **Eksponenciāla sadalījuma likumam**.

2.3.2.1. Statisko rādītāju aprēķināšana

Statisko rādītāju aprēķināšanai un analīzei var izmantot MS Excel rīku Descriptive Statics, kurš ļauj negrupētām izlasēm vienlaicīgi aprēķināt vairākus statistiskos rādītājus. Izmantosim šo rīku, analizējot datus vilcienu sastāvu nosūtīšanas intervālu pētījumiem pamatojoties uz pielikumā apkopotajiem datiem. Rezultāti parādīti 2.6. tabulā.

2.9. tabula

Vilcienu nosūtīšanas intervālu pētījumu rezultātu tabula

Komentāri	Column 1	Dati
aritmētiskais vidējais	Mean	0,602
standartklāda	Standard Error	0,023
mediāna	Median	0,500
moda	Mode	0,250
standartnovirze	Standard Deviation	0,452
dispersija	Sample Variance	0,205
ekscensa koeficients	Kurtosis	5,067
asimetrijas koeficients	Skewness	1,988
amplitūda	Range	2,920
minimums	Minimum	0,000
maksimums	Maximum	2,920
absolūtais lielums	Sum	240,090
novērojumu skaits	Count	399,000
ticamības līmenis	Confidence Level(95,0%)	0,045

Šis rīks ļoti atvieglo aprēķināšanu, bet var arī izmantot formulas.

Par gadījuma lielumu **matemātisko cerību** vai vidējo vērtību sauc visu iespējamo gadījuma lielumu vērtību un to varbūtību reizinājumu summu. Gadījumu biežumu sauc par statistisko varbūtību.

$$M(x) = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad (2.25)$$

$$M(x) = \frac{240,090}{399} = 0,602$$

kur: $M(x)$ - matemātiskā gaidīšana;
 X_i - gadījuma vērtība;
 n - gadījuma vērtību daudzums.

Par gadījuma lielumu **dispersiju** sauc centrēto gadījuma lielumu kvadrāta matemātisko cerību. Par centrēto gadījuma lielumu sauc gadījuma lieluma novirzi no tā matemātiskās gaidīšanas.

$$D(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - M(x))^2}{n} \quad (2.26)$$

Par gadījuma lieluma **vidējo kvadrātisko novirzi** sauc kvadrātisko sakni no dispersijas.

$$\sigma = \sqrt{D(x)} \quad (2.27)$$

2.3.2.2. Empīriskā un Eksponenciāla sadalījuma atbilstības pārbaude

Viena no vienkāršākām metodēm, kā salīdzināt atbilstību starp empīrisko un teorētisko sadalījumu, ir grafiskā: ģeometriski aplūkojot abu sadalījumu līknes. Abu līkņu sakrišanas pakāpe raksturo sadalījumu atbilstību. Precīzākai empīriskā un teorētiskā sadalījuma atbilstības raksturošanai izmanto χ^2 kritēriju. Ja ar *noi* apzīmē empīriskā sadalījuma frekvenci un ar *nei* – atbilstošā teorētiskā sadalījuma frekvenci, tad varam izvirzīt hipotēzes:

- H0: *noi* = *nei* - empīriskais sadalījums atbilst teorētiskajam,
- H1: *noi* ≠ *nei* - empīriskais sadalījums neatbilst teorētiskajam.

Brīvības pakāpju skaits $\nu = k - I - r$, kur k ir intervālu jeb vilcienu skaits, un r ir teorētiskā sadalījuma parametru skaits:

- normālam sadalījumam $r = 2$, jo tiek izmantoti divi rādītāji: μ un σ ,
- Puassona un binominālajam sadalījumam $r = 1$.

Izmantojot χ^2 kritēriju, visos intervālos vai vilcienos (it īpaši teorētiskajā sadalījumā) jābūt pietiekami liels novērojumu skaits: ne mazākam kā 5 novērojumi. Ja dati šai prasībai neatbilst, intervālus var apvienot.

Lai raksturotu empīriskā un teorētiskā sadalījuma atbilstību, faktisko testa vērtību

$$\chi^2 = \sum (noi - nei)^2 / nei \text{ salīdzina ar kritisko } \chi^2_{\alpha, \nu}, \text{ ja:}$$

- $\chi^2 = 0$, tad $noi = nei$ un sadalījumu līknes sakrīt;
- $\chi^2 > \chi^2_{\alpha, \nu}$, tad starpība starp sadalījumiem ir būtiska ar varbūtību $P = 1 - \alpha$;
- $\chi^2 < \chi^2_{\alpha, \nu}$, tad ar varbūtību $P = 1 - \alpha$ nevaram noraidīt nulles hipotēzi.

Lai pārbaudītu hipotēzi par empīriskā sadalījuma atbilstību Eksponeiālam sadalījumam izveidosim tabulu, kuru pēc tam izmantosim χ^2 kritērija aprēķināšanai.

Vilcienu vidējo vērtību $\bar{x}$ un empīriskā sadalījuma frekvences noi aprēķinām, izmantojot izejas datus. Ar c ir atzīmēts intervāla garums, bet ar n – novērojumu skaits.

2.10. tabula

Tabula χ^2 kritērija noteikšanai

Vilcienu pienākšanas intervāli		Skaits, <i>noi</i>	Intervāla viduspunkts, <i>xi</i>	<i>xi*noi</i>	<i>noi(xi-x)²</i>	<i>f(xi)</i>	<i>nei=f(xi)*c*n</i>
0,00	0,22	116	0,11	12,76	27,85	1,3829	121,40
0,23	0,44	86	0,34	28,81	6,04	0,9519	83,56
0,45	0,66	73	0,56	40,52	0,15	0,6607	57,99
0,67	0,88	57	0,78	44,18	1,75	0,4586	40,25
0,89	1,10	21	1,00	20,90	3,28	0,3183	27,94
1,11	1,32	14	1,22	17,01	5,30	0,2209	19,39
1,33	1,54	12	1,44	17,22	8,37	0,1533	13,46
1,55	1,76	6	1,66	9,93	6,68	0,1064	9,34
1,77	1,98	5	1,88	9,38	8,13	0,0739	6,48
1,99	2,20	2	2,10	4,19	4,47	0,0513	4,50
2,21	2,42	4	2,32	9,26	11,76	0,0356	3,12
2,43	2,64	2	2,54	5,07	7,49	0,0247	2,17
2,65	2,86	0	2,76	0,00	0,00	0,0171	1,50
2,87	3,08	1	2,98	2,98	5,64	0,0119	1,04
Kopā		399		240,090	81,31		392,15

Pēc tabulas datiem varam aprēķināt vidējo vērtību:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i \cdot noi}{\sum noi}, \quad (2.28)$$

$$X = \frac{240,090}{399} = 0,602$$

Kā arī var noteikt standartnovirzi:

$$s = \sqrt{\frac{noi \cdot (x_i - \bar{X})}{n-1}}, \quad (2.29)$$

$$s = \sqrt{\frac{81,31}{399-1}} = 0,452 \text{ st.}$$

Intervāla garums:

$$c = 0,22$$

Novērojumu skaits:

$$n = 399$$

Teorētiskā eksponenciāla blīvumu funkciju aprēķinam, izmantojot eksponenciāla sadalījuma formulu:

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} \quad (2.30)$$

kur: λ - plūsmas blīvums; $\lambda = \frac{1}{x}$

x - aritmētiskais vidējais, vai matemātiskā gaidīšana $x = 0,602 \text{ st.}$

Tad: $\lambda = \frac{1}{0,602} = 1,67 \text{ vilcienu/stundā.}$

Lai pārbaudītu empīriskā sadalījuma atbilstību eksponenciālam sadalījumam, izmantosim χ^2 kritēriju, iepriekš apvienojot intervālus, kuros ir mazāk nekā 5 novērojumi.

Tabula χ^2 kritērija pārbaudīšana

Vilcienu pienākšanas intervāli		Skaitis, <i>noi</i>	<i>nei</i>	$(noi-nei)^2/nei$
0,00	0,22	116	121,40	0,24
0,23	0,44	86	83,56	0,07
0,45	0,66	73	57,99	3,88
0,67	0,88	57	40,25	6,97
0,89	1,10	21	27,94	1,72
1,11	1,32	14	19,39	1,50
1,33	1,54	12	13,46	0,16
1,55	1,76	6	9,34	1,19
1,77	1,98	5	6,48	0,34
1,99	3,08	9	12,34	0,90
Kopā		399		16,98

Tad faktiska testa vērtība ir vienāda ar:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_{oi} - n_{ei})^2}{n_{ei}} = 16,98 \quad (2.31)$$

Salīdzināsim ar atbilstošo kritisko vērtību $\chi^2_{\alpha, v}$. Intervālu skaits ir $k = 14$, līdz ar to varam noteikt brīvības pakāpju skaitu $v = k - 1 - r$, kur $r = 1$ t. k. eksponenciālais sadalījums.

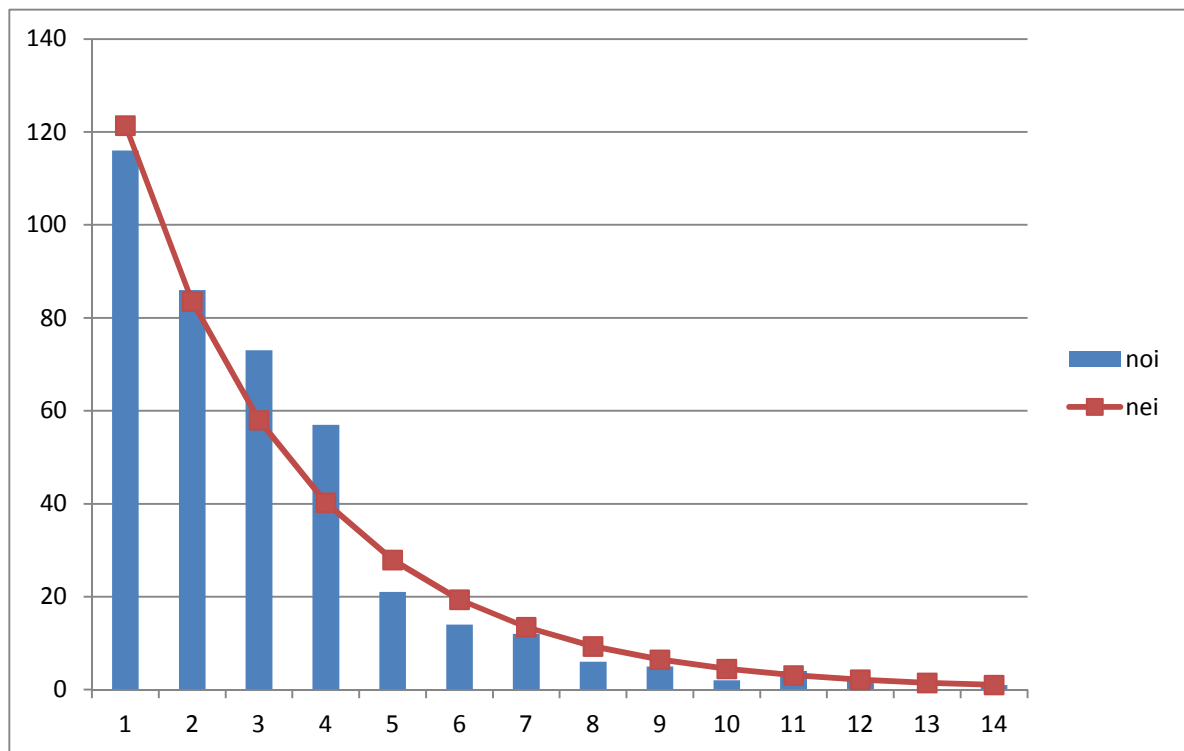
$$v = 14 - 1 - 1 = 12$$

Tā kā faktiskā testa vērtība ir mazāka par kritisko $\chi^2 = 16,98 < \chi^2_{0,05;12} = 21,03$, tad ar varbūtību 95% nevaram noraidīt nulles hipotēzi, ka empīriskais sadalījums atbilst eksponenciālajam sadalījumam.

Ieejošās plūsmas intensitāti λ aprēķina pēc formulas:

$$\lambda = \frac{1}{t} = \frac{1}{0,602} = 1,67 \text{ (vilc./st)} \quad (2.32)$$

kur: t – pienākšanas intervālu vidējā vērtība, kas ir vienāda ar $M[I]$;



2.4.zīm. Vilcienu pienākšanas intervālu empīriskā un eksponenciāla sadalījuma frekvences grafiks

2.3.3. Empīriskā un teorētiskā sadalījuma atbilstības pārbaude vilcienu nostāves laika intervāliem

Statistiskā apstrāde notiek izmantojot variācijas sadalījuma statistiskās rindas metodi. Par variācijas sadalījuma rindu sauc divas savstarpēji saistītas skaitļu rindas: pētāmas pazīmes vērtības un tām atbilstošos novērojumu biežumus jeb frekvences n_i . Visām pētāmas pazīmes vērtības atbilstošo frekvenču summa sakrīt ar izlases vienību skaitu n :

$$\sum_{i=1}^k n_i = n, \quad (2.33)$$

kur: k - pētāmas pazīmes iespējamo vērtību skaits.

Relatīvā frekvence p_i rāda, kāda izlases daļa atbilst attiecīgajai pētāmās pazīmes vērtībai:

$$p_i = \frac{n_i}{n} \quad (2.34)$$

Visu relatīvo frekvenču summa ir vienāda ar 1 jeb 100%:

$$\sum_{i=1}^k p_i = 1 \quad (2.35)$$

Kumulatīvās jeb uzkrājošās frekvences n'_i definē šādi:

$$n'_1 = n_1, n'_i = n'_{i-1} + n_i, i = 2, \dots, k. \quad (2.36)$$

Atbilstošās relatīvās kumulatīvās frekvences p'_i ir:

$$p'_i = \frac{n'_i}{n}. \quad (2.37)$$

Diskrētu variantu sakārtošanu augošā vai dilstošā secībā sauc par **ranžēšanu**. Ja pazīmes ir ranžētas, tad pētāmās pazīmes kumulatīvā frekvence n'_i ir šīs pazīmes un visu iepriekšējo pazīmju frekvenču summa. Pēdējās pazīmes kumulatīvā frekvence ir vienāda ar 1 jeb 100%.

Piemērām, aprēķināsim relatīvās, kumulatīvās un relatīvas kumulatīvās frekvences vilcienu laika apkalpošanas periodam izmantojot statistikas datus.

Nepārtraukti variējošu pazīmju variācijas rindas sastādīšana nav efektīva, jo variēšanas iespēju robežās variantam var būt jebkura vērtība. Tādēļ nepārtrauktu variantu gadījumā tiek veidoti intervāli jeb grupas. Tātad variācijas rindas apstrādē izmantosim intervālu centrus. Līdz ar to viena intervālā nonākušos novērojumus nosacīti uzskata par vienādiem. Matemātiskajā statistikā parasti lieto vienāda garuma intervālus. Intervālu garums var aprēķināt izmantojot Breksī formulu ja $n > 100$):

$$c = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{5 \lg n}, \quad (2.38)$$

maksimālo vērtību $X_{\max} = 11,92$, minimālo vērtību $X_{\min} = 0,67$, $n = 400$, tad:

$$C = \frac{11,92 - 0,67}{5 * \lg 400} = 0,86$$

Pēc tam, visu pazīmes variācijas apgabalu starp minimālo un maksimālo varianti sadala grupās. Grupas veidosim tā, lai pirmās grupas centrs sakristu ar minimālo vērtību. Pirmā intervāla viduspunkts ir:

$$X_1 = X_{\min} + \frac{c}{2}, \quad (2.39)$$

$$X_1 = 0,67 + \frac{0,86}{2} = 1,1$$

Pieskaitot intervāla garumu, var aprēķināt katru nākamo viduspunktu:

$$X_{i+1} = X_i + c \quad (i=1, \dots, k). \quad (2.40)$$

2.12. tabula

Intervālu robežu jāaprēķina tik ilgi, līdz netiks ietverts maksimālā robeža.

Vilcienu pienākšanas intervāli		Intervālu centrs	Skaitis, <i>noi</i>	Relatīva frekvence, <i>pi</i>	Kumulatīva frekvence, <i>ni'</i>	Relatīva kumulatīva frekvence, <i>pi'</i>
0,67	1,53	1,10	54	0,135	54	0,135
1,54	2,39	1,97	108	0,270	162	0,405
2,40	3,25	2,83	79	0,198	241	0,603
3,26	4,11	3,69	48	0,120	289	0,723
4,12	4,97	4,55	27	0,068	316	0,790
4,98	5,83	5,41	28	0,070	344	0,860
5,84	6,69	6,27	15	0,038	359	0,898
6,70	7,55	7,13	9	0,023	368	0,920
7,56	8,41	7,99	15	0,038	383	0,958
8,42	9,27	8,85	8	0,020	391	0,978
9,28	10,13	9,71	7	0,018	398	0,995
10,14	10,99	10,57	0	0,000	398	0,995
11,00	11,85	11,43	1	0,003	399	0,998
11,86	12,71	12,29	1	0,003	400	1,000
Kopā			400	1,000		

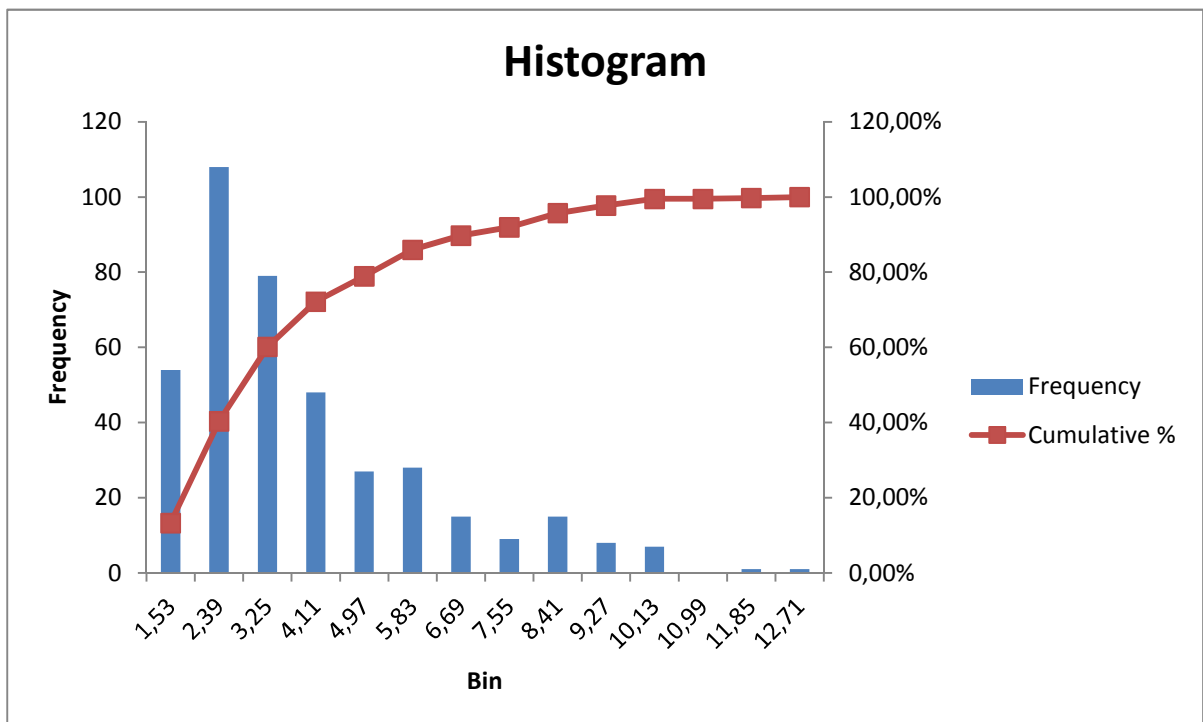
Izmantojam MS Excel programmas Datu analīzes rīku Histogramma (Histogramm), kurš ļauj aprēķināt vilcienu nostāves intensitātes blīvumu un kumulātu. Rezultāti parādīti 2.13. tabulā.

2.13. tabula

Vilcienu nosūtīšanas blīvums

Laika intervāls	Absolūta frekvence	Kumulāts [%]
1,53	54	13,28%
2,39	108	40,35%
3,25	79	60,15%
4,11	48	72,18%
4,97	27	78,95%
5,83	28	85,96%
6,69	15	89,72%
7,55	9	91,98%
8,41	15	95,74%
9,27	8	97,74%
10,13	7	99,50%
10,99	0	99,50%
11,85	1	99,75%
12,71	1	100,00%

Pēc 2.13. tabulas datiem izveidojam grafiku (2.5. zīm.).



2.5.zīm. Vilcienu nosūtīšanas blīvumu un kumulātu histogramma

Apskatot histogrammu var izvirzīt hipotēzi par to, ka statistiskās rindas gadījuma vērtības tiek sadalītas pēc **Erlanga sadalījuma**. Doto hipotēzi ir nepieciešams pierādīt vai noliegt.

2.3.3.1. Statisko rādītāju aprēķināšana

Statisko rādītāju aprēķināšanai un analīzei var izmantot MS Excel rīku Descriptive Statics, kurš ļauj negrupētām izlasēm vienlaicīgi aprēķināt vairākus statistiskos rādītājus. Izmantosim šo rīku, analizējot datus vilcienu sastāvu nostāves intervālu pētījumiem pamatojoties uz pielikumā apkopotajiem datiem. Rezultāti parādīti 2.6. tabulā.

2.14. tabula

Vilcienu nostāves intervālu pētījumu rezultātu tabula

Komentāri	Column 1	Dati
aritmētiskais vidējais	Mean	3,463
standartklūda	Standard Error	0,108
mediāna	Median	2,710
moda	Mode	1,670
standartnovirze	Standard Deviation	2,163
dispersija	Sample Variance	4,680
ekscensa koeficients	Kurtosis	1,114
asimetrijas koeficients	Skewness	1,278
amplitūda	Range	11,250
minimums	Minimum	0,670
maksimums	Maximum	11,920
absolūtais lielums	Sum	1385,390
novērojumu skaits	Count	400,000
ticamības līmenis	Confidence Level(95,0%)	0,213

Šis rīks ļoti atvieglo aprēķināšanu, bet var arī izmantot formulas.

Par gadījuma lielumu *matemātisko cerība* vai vidējo vērtību sauc visu iespējamo gadījuma lielumu vērtību un to varbūtību reizinājumu summu. Gadījumu biežumu sauc par statistisko varbūtību.

$$M(x) = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad (2.41)$$

$$M(x) = \frac{1385,390}{400} = 3,463$$

kur: $M(x)$ - matemātiskā gaidīšana;
 X_i - gadījuma vērtība;
 n - gadījuma vērtību daudzums.

Par gadījuma lielumu **dispersiju** sauc centrēto gadījuma lielumu kvadrāta matemātisko cerību. Par centrēto gadījuma lielumu sauc gadījuma lieluma novirzi no tā matemātiskās gaidīšanas.

$$D(x) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - M(x))^2}{n} \quad (2.42)$$

Par gadījuma lieluma **vidējo kvadrātisko novirzi** sauc kvadrātisko sakni no dispersijas.

$$\sigma = \sqrt{D(x)} \quad (2.43)$$

2.3.3.2. Empīriskā un Erlanga sadalījuma atbilstības pārbaude

Viena no vienkāršākām metodēm, kā salīdzināt atbilstību starp empīrisko un teorētisko sadalījumu, ir grafiskā: ģeometriski aplūkojot abu sadalījumu līknes. Abu līkņu sakrišanas pakāpe raksturo sadalījumu atbilstību. Precīzākai empīriskā un teorētiskā sadalījuma atbilstības raksturošanai izmanto χ^2 kritēriju. Ja ar *noi* apzīmē empīriskā sadalījuma frekvenci un ar *nei* – atbilstošā teorētiskā sadalījuma frekvenci, tad varam izvirzīt hipotēzes:

- H0: *noi* = *nei* - empīriskais sadalījums atbilst teorētiskajam,
- H1: *noi* ≠ *nei* - empīriskais sadalījums neatbilst teorētiskajam.

Brīvības pakāpju skaits $\nu = k - I - r$, kur k ir intervālu jeb vilcienu skaits, un r ir teorētiskā sadalījuma parametru skaits:

- normālam sadalījumam $r = 2$, jo tiek izmantoti divi rādītāji: μ un σ ,
- Puassona un binominālajam sadalījumam $r = 1$.

Izmantojot χ^2 kritēriju, visos intervālos vai vilcienos (it īpaši teorētiskajā sadalījumā) jābūt pietiekami liels novērojumu skaits: ne mazākam kā 5 novērojumi. Ja dati šai prasībai neatbilst, intervālus var apvienot.

Lai raksturotu empīriskā un teorētiskā sadalījuma atbilstību, faktisko testa vērtību

$$\chi^2 = \sum (noi - nei)^2 / nei \text{ salīdzina ar kritisko } \chi^2_{\alpha, \nu}, \text{ ja:}$$

- $\chi^2 = 0$, tad $noi = nei$ un sadalījumu līknes sakrīt;
- $\chi^2 > \chi^2_{\alpha, \nu}$, tad starpība starp sadalījumiem ir būtiska ar varbūtību $P = 1 - \alpha$;
- $\chi^2 < \chi^2_{\alpha, \nu}$, tad ar varbūtību $P = 1 - \alpha$ nevaram noraidīt nulles hipotēzi.

Lai pārbaudītu hipotēzi par empīriskā sadalījuma atbilstību Eksponeiālam sadalījumam izveidosim tabulu, kuru pēc tam izmantosim χ^2 kritērija aprēķināšanai.

Vilcienu vidējo vērtību $\bar{x}_i$ un empīriskā sadalījuma frekvences noi aprēķinām, izmantojot izejas datus. Ar c ir atzīmēts intervāla garums, bet ar n – novērojumu skaits.

2.15. tabula

Tabula χ^2 kritērija noteikšanai

Vilcienu pienākšanas intervāli		Skaits, <i>noi</i>	Intervāla viduspunkts, <i>x_i</i>	<i>x_i</i> * <i>noi</i>	<i>noi</i> (<i>x_i</i> - <i>x</i>) ²	<i>f</i> (<i>x_i</i>)	<i>nei</i> = <i>f</i> (<i>x_i</i>)* <i>c</i> * <i>n</i>
0,67	1,53	54	1,10	59,40	301,52	0,1512	52,01
1,54	2,39	108	1,97	212,22	242,35	0,3058	105,20
2,40	3,25	79	2,83	223,18	32,16	0,2219	76,33
3,26	4,11	48	3,69	176,88	2,37	0,1307	44,96
4,12	4,97	27	4,55	122,76	31,61	0,0823	28,31
4,98	5,83	28	5,41	151,34	105,60	0,0605	20,81
5,84	6,69	15	6,27	93,98	117,77	0,0471	16,21
6,70	7,55	9	7,13	64,13	120,69	0,0367	12,64
7,56	8,41	15	7,99	119,78	306,73	0,0286	9,85
8,42	9,27	8	8,85	70,76	231,73	0,0223	7,67
9,28	10,13	7	9,71	67,94	272,74	0,0174	5,98
10,14	10,99	0	10,57	0,00	0,00	0,0121	4,16
11,00	11,85	1	11,43	11,43	63,39	0,0083	2,86
11,86	12,71	1	12,29	12,29	77,83	0,0057	1,96
Kopā		400		1385,39	1866,75		388,95

Pēc tabulas datiem varam aprēķināt vidējo vērtību:

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i \cdot noi}{\sum noi}, \quad (2.44)$$

$$X = \frac{1385,390}{400} = 3,463$$

Kā arī var noteikt standartnovirzi:

$$s = \sqrt{\frac{noi \cdot (x_i - \overline{X})}{n-1}}, \quad (2.45)$$

$$s = \sqrt{\frac{1866,75}{400-1}} = 2,163 \text{ st.}$$

Intervāla garums:

$$c = 0,86$$

Novērojumu skaits:

$$n = 400$$

Teorētiskā Erlanga blīvumu funkciju aprēķinam, izmantojot Erlanga sadalījuma formulu:

$$f_k(x) = \frac{(\lambda * \kappa)^\kappa}{(\kappa-1)!} * \chi^{\kappa-1} * e^{-\kappa * \lambda * \kappa}, \quad (2.46)$$

kur: k – Erlanga sadalījuma pakāpe;

λ - plūsmas blīvums; $\lambda = \frac{1}{\chi}$

χ - aritmētiskais vidējais, vai matemātiskā gaidīšana $\chi = 3,463 \text{ st.}$

Tad: $\lambda = \frac{1}{3,463} = 0,29 \text{ vilcienu/stundā.}$

Tāda veidā, izmainot sadalījuma pakāpes k kritēriju, varam iegūt dažādas diagrammas, no kuras ir redzams, ka mūsu gadījumu var salīdzināt ar 2.pakāpes Erlanga sadalījumu. Lai

pārbaudītu empīriskā sadalījuma atbilstību 2.pakāpes Erlanga sadalījumam, izmantojam χ^2 kritēriju, iepriekš apvienojot intervālus, kuros ir mazāk nekā 5 novērojumus.

2.16. tabula

χ^2 kritērija noteikšana

Vilcienu pienākšanas intervāli		Skaits, <i>noi</i>	<i>nei</i>	$(noi-nei)^2/nei$
0,67	1,53	54	52,01	0,0761
1,54	2,39	108	105,20	0,0745
2,40	3,25	79	76,33	0,0934
3,26	4,11	48	44,96	0,2056
4,12	4,97	27	28,31	0,0606
4,98	5,83	28	20,81	2,4842
5,84	6,69	15	16,21	0,0903
6,70	7,55	9	12,64	1,0482
7,56	8,41	15	9,85	2,6926
8,42	9,27	8	7,67	0,0142
9,28	10,13	7	5,98	0,1740
10,14	12,71	2	8,98	5,4254
kopa		400		12,4392

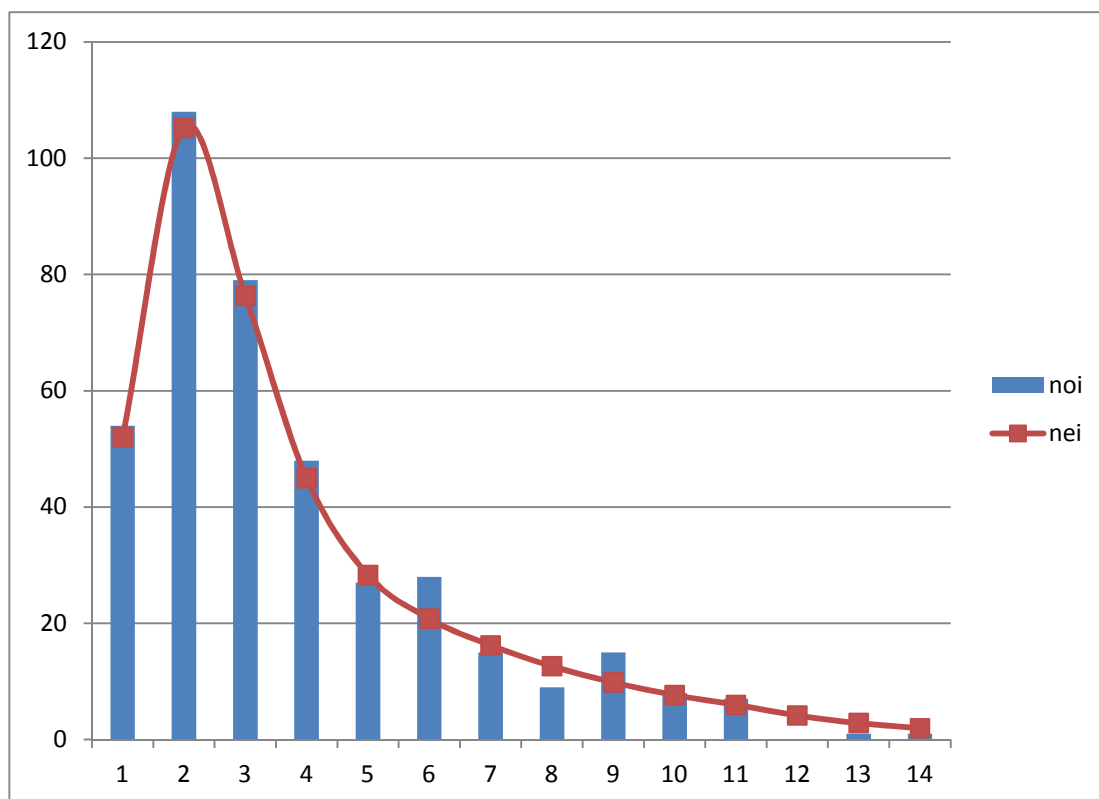
Tad faktiskā testa vērtība ir vienāda ar:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_{oi} - n_{ei})^2}{n_{ei}} = 12,44 \quad (2.47)$$

Salīdzināsim ar atbilstošo kritisko vērtību $\chi^2_{\alpha, \nu}$. Intervālu skaits ir $k = 14$, līdz ar to varam noteikt brīvības pakāpju skaitu $\nu = k - 1 - r$, kur $r = 1$ t. k. Erlanga sadalījums.

$$\nu = 14 - 1 - 1 = 12$$

Tā kā faktiskā testa vērtība ir mazāka par kritisko $\chi^2 = 12,44 < \chi^2_{0,05;12} = 21,03$, tad ar varbūtību 95% nevaram noraidīt nulles hipotēzi, ka empīriskais sadalījums atbilst 2. pakāpes Erlanga sadalījumam.



2.6.zīm. Vilcienu nostāves laiks Empīriskā un 2. pakāpes Erlanga sadalījuma frekvences grafiks.

2.4. Sastāvu apstrādes tehnoloģijas analīze

Šķirošanas stacija „A” parkā pienākušie vilcieni, tiek paredzēti izformēšanai. Bet pēc vajadzības „A” parks var pieņemt tranzītvilcienus un pēc apstrādes nosūtīt uz pieņemšanas staciju.

„A” parka notiek sekojošas operācijas:

- tehniskā apskate;
- vagonu remonts bez atkabināšanas (ja tehnisks bojājums draud drošai nolaišanai no uzkalna un pēc ilguma remonts nepārsniedz tehniskas apskates laiku);
- komercapskate un komercrakstura bojājumu likvidēšana;
- dokumentu saņemšana no vilciena vadītāja (mašīnista).

Šo operāciju ilgums ir atkarīgs no vagonu daudzuma sastāvā, vagonu skaita, kuriem ir nepieciešams remonts, to remonta ilguma un darbinieku grupu skaita, kuri paralēli veic sastāva atsevišķas daļas apstrādāšanu.

Nemot vērā to, ka apskatot ar vienu brigādi vagonus, kuriem ir nepieciešams veikt remontu, atrodošos sastāva vidējā daļā, sastāva apstrādes laiks būs vienāds summējot laikus bojāto vagonu remonta laiks un laiks, kurš aiztērēts uz pāreju (vagonu apskati) pie dotiem vagoniem, un būs vienāds ar :

$$t_{rem} + \frac{\tau * m}{2 * x}; \quad (2.4.1)$$

kur: t_{rem} - laiks, kas nepieciešamais vagonu remontam bez atkabināšanas, [min].

Visu sastāvu vidējais apstrādes ilgums t_{apstr} ir :

$$t_{apstr} = (1 - a) * \frac{\tau * m}{x} + a * (t_{rem} + \frac{\tau * m}{2 * x}) \quad (2.4.2)$$

kur: a - sastāvu daļa no kopējā skaita, kuriem ir nepieciešams vagonu remonts bez atkabināšanas.

τ - viena vagona apskates laiks;

m – vagonu skaits sastāvā;

x – grupu skaits brigāde.

Šajā darbā tika pieņemts, ka t_{apstr} ir vienāds ar 60 min = 1 st. Šķirotavas stacijas nosūtīšanas parkā strādā divas vagonu apskatītāju brigādes (3+3; vilcienu sastāvs sadalīts trijās daļās, katrs apstrādā savu daļu no abām pusēm).

Ir zināms, ka ar apskatītāju grupu skaita palielināšanu, remonta vidējais laiks praktiski nemainās un to var pieņemt kā:

$$t_{rem} = t'_{rem} - 0,02*(x-2) \quad (2.4.3)$$

kur: t'_{rem} - laiks, nepieciešamais vagonu remontam veicot sastāva trīsgrupu apstrādi.

$$t_{rem} \geq \frac{0.016 * 57}{2 * 3} \geq 0,223st \approx 13 \text{ min.}$$

Sastāvu apstrādes ilgums pieņemšanas parkā svārstās no pienākošo vilcienu garumiem un remonta darbietilpības. Šī laika variācijas koeficientu var noteikt pēc novērojumiem par apskatītāju atsevišķu grupu darbu parkā. Apstrādājot statistikas datus par atsevišķu sastāvu apstrādes ilgumu, tika atrasts šī laika variācijas koeficients. Pēc analīzes ir redzams, ka dotā koeficienta v_{apstr} lielums ir aptuveni vienāds ar 0,3-0,4, bet izskatītajā gadījumā tiek pieņemts $v_{apstr}=0,4$.

Apkalpošanas intensitāte tiek noteikta pēc formulas :

$$\mu_{apk} = \frac{1}{t_{rem}} \quad (2.4.4)$$

$$\mu_{apk} = \frac{1}{0,223} = 4,48$$

Brigāžu noslogojums ψ_{br} :

$$\psi_{br} = \frac{\sum_{i=1}^d \lambda_i}{S} * t_{apstr} , \quad (2.4.5)$$

kur: S – parkā strādājošo brigāžu daudzums;
 t_{apstr} – sastāva apstrādes ilgums, kas ir atkarīgs no apskatītāju grupu skaita brigādē.

$$\psi_{br} = \frac{1,67}{2} * 1 = 0,64$$

Vilcienu sastāvu vidējais daudzums $M[n_s^{apstr}]$, kuri atrodas pieņemšanas parkā gaidot vai apstrādes procesā :

$$M[n_s^{apstr}] = \frac{S^S * \psi_{br}^{S+1} * p_o * (v_{ie}^2 + v_{apstr}^2)}{S! * 2 * (1 - \psi_{br})^2} + S * \psi_{br} * \frac{1 + v_{ie}^2}{2}, \quad (2.4.6)$$

kur: P_0 – sistēmas nulles stāvokļa varbūtība, tā ir varbūtība, ja parkā nav sastāvu, kuri gaida VTAP punkta apstrādi un kas atrodas šīs apstrādes procesā:

$$p_0 = \frac{1}{\frac{S^S * \psi_{br}^S}{S! * (1 - \psi_{br})^2} + \sum_{n=0}^{S-1} \frac{S^n * \psi_{br}^n}{n!}}; \quad (2.4.7)$$

$$p_0 = \frac{1}{\frac{2^2 * 0,64^2}{2! * (1 - 0,64)^2} + 2 * \frac{2^2 * 0,64^2}{2!}} = 0,017$$

Izskatītajā gadījumā P_0 lielums ņemts vērā ar to, ka nosūtīšanas parkā strādā divas vagonu apskatītāju brigādes un $v_{ie} = 1$.

$$M[n_s^{apstr}] = \frac{2^2 * 0,64^{2+1} * 0,017 * (1^2 + 0,4^2)}{2! * 2 * (1 - 0,64)^2} + 2 * 0,64 * \frac{1 + 1^2}{2} = 3 \text{ vilcieni}$$

Sastāvu daudzuma dispersija $D[n_s^{apstr}]$ sistēmā:

$$D[n_s^{apstr}] = (M[n_s^{apstr}] + 0,07)^2, \quad (2.4.8)$$

$$D[n_s^{apstr}] = (3 + 0,07)^2 = 8,3$$

Vidējais laiks, gaidot apstrādes sākumu t_{gaid}^{apstr} :

$$t_{gaid}^{apstr} = \frac{S^{S-1} * \psi_{br}^S * (v_{ie}^2 + v_{apstr}^2) * t_{apstr}}{S! * 2 * (1 - \psi_{br})^2} * p_o, \quad (2.4.9)$$

$$t_{gaid}^{apstr} = \frac{2^1 * 0,64^2 * (1^2 + 0,4^2) * 1}{2! * 2 * (1 - 0,64)^2} * 0,017 = 0,033st = 2 \text{ min.}$$

2.5. „A” parka ceļu garuma analīze

Pieņemšanas parka ceļu raksturojums, kurš nodrošina vienmērīgu un pietiekošu vilcienu pieņemšanu ir atkarīgs ne tikai no nepieciešamo ceļu skaita, bet arī to garuma. Ceļu skaitam ir tikai tajā gadījumā uz pārstrādes spējas palielināšanos ietekmējošs rezultāts, ja ceļš ļauj pieņemt uz to vilciena sastāvu pēc atbilstošiem ceļa raksturojumiem.

Viens no svarīgākajiem šādiem ceļa parametriem ir ceļa garums, ja ceļa garums nav pietiekošs, tad tas nevar tikt izmantots un vilcienu pieņemšana-nosūtīšana tiek palēnināta, no kā rodas sastāvu „rindas”, no vilcienu sastāviem, kuri gaida pietiekoši gara ceļa atbrīvošanos, bet īsākie ceļi atrodas dīkstāves stāvoklī, kas nav vēlami un racionāli. Ceļu nepietiekamā garuma rezultātā netiek maksimāli izmantota pieņemšanas parka vagonu plūsmas pārstrādes spēja. Tāpēc, šo iemeslu dēļ ir jāanalizē un jānodrošina pietiekošu pieņemšanas parka ceļu garumu.

2.17. tabula

„A” parka ceļu nosacītais garums

Ceļa numurs	Ceļa ietilpība, nosacītas vagonu vienības
4	58
5	58
6	62
7	57
8	50
9	60
10	57
11	56
12	56

Pēc savākto datu izpētes (pielikums) un statistiskas apstrādes secinām, ka 20% (400/82) vilcienu, kuri pienāk pieņemšanas parkā ir ar garumu 57 un vairāk nosacītās vagonu vienības. No 8. pieņemšanas parka ceļiem, kuri tiek izmantoti vilcienu pieņemšanai (4 – 11), tikai 2 no tiem (8;11) nav nepieciešama 57 un vairāk nosacīto vagonu vienību garumā. Tāpēc, nepieciešamo garu ceļu skaits ir pietiekošs, lai tiktu nodrošināta nepārtraukta vilcienu pieņemšana.

3. ŠĶRIOTAVAS STACIJAS MASU APKALPOŠANAS SISTĒMAS RĀDĪTAJI

3.1. Matemātiskā modeļa nosacījumi

Sakarā ar pastāvīgo kravas plūsmas pieaugumu Latvijas dzelzceļa transporta koridorā vissvarīgākais no uzdevumiem, pie stacijas tehniskās uzbūves modernizācijas un stacijas darba pārveidošanas, ir dzelzceļa stacijas caurlaidspējas palielināšana. Maģistra darbā piedāvātie organizācijas pasākumi, kuri perspektīvā veic vilcienu ceļu aizņemšanas laika samazināšanu un caurlaides spējas palielināšanu. Bet ir nepieciešams skaitliski novērtēt pozitīvo efektu, kurš tiek panākts ar piedāvāto mērķu ieviešanu. Ar šo mērķi maģistra darbā tiek piedāvāts matemātiskais modelis, kurš palīdz novērtēt piedāvāto organizācijas pasākumu stacijas caurlaidspējas efektivitāti. Modelis tika izstrādāts balstoties uz masu apkalpošanas teorijas pamatiem [6.,267.lpp.].

Pie šī modeļa izstrādāšanas tika pieņemti sekojošie nosacījumi:

- dzelzceļa stacijas kravu plūsmu apstrādi mēs turpmāk interpretēsim kā daudzkanālu masu apkalpošanas sistēmu;
- kravas objekts (vilciens, kurš tiek pienākts uz stacijas ceļiem) mūsu modelī turpmāk figurēs kā pieteikums uz apkalpošanu;
- VTAP un KAP darbinieki ar tehniskām ierīcēm, modelī tiek interpretēti kā apkalpojošie kanāli. Dotajā darbā par apkalpošanas kanāliem būs pieņemšanas-nosūtīšanas ceļi;
- kanālu apkalpošanas kravas objektu plūsma tiek pasludināta ar intensitāti λ , kur λ (1/st);
- kravas objektu apkalpošanas laiks ir nejaušs, kurš ir pakļauts parametram μ , kur μ (1/st).

Veiktajiem pasākumiem dzelzceļa stacijas darbs kravas objektu apkalpošanā var būt parādīts kā daudzkanālu modelis masu apkalpošanā ar neierobežotu pieprasījumu plūsmu apkalpošanai.

Masu apkalpošanas sistēma tiek saukta sistēma ar gaidīšanu - pieprasījums, kurš ienāk, sastop visus kanālus aizņemtus, stājas rindā un gaida, kamēr kāds no kanāliem neatbrīvosies.

Ja pieprasījuma gaidīšanas laiks rindā nav ierobežots, tad sistēma tiek saukta "ūra sistēma ar gaidīšanu". Ja gaidīšanas laiks tiek ierobežots ar kaut kādiem nosacījumiem, tad sistēma tiek saukta "jauktā tipa sistēma".

Praktiskā dzīvē lielāku interesi pievērš tieši jauktā tipa sistēmas.

Ierobežojumi, kuri tiek uzlikti uz gaidīšanu, var būt dažāda tipa. Bieži vien ierobežojumi tiek uzlikti uz pieprasījuma gaidīšanas laiku rindā; tiek uzskatīts, ka tas tiek ierobežots ar kaut kādu laiku **T_{gaid}**, kurš var būt gan stingri noteikts, gan arī nejaušs, neatkarīgs. Tiek ierobežots tikai gaidīšanas laiks rindā, bet iesāktā apkalpošana tiek novesta līdz galam, neatkarīgi no tā cik ilgs bija gaidīšanas laiks.

Darbā tiek izmantota sistēma ar neierobežotu gaidīšanas laiku. Plūsmas apkalpošanas laiks ir noteikts, lai varētu vairāk apkalpot pieprasījumus, kuri krājas rindā.

Šajā maģistra darbā ir apskatīti divi varianti: pirmais – ienākošās plūsmas apstrāde pie esošās pārstrādes spējas, ar noteiktu apkalpošanas laiku; otrais – ienākošās plūsmas apstrāde pēc ierosinātajiem pasākumiem, kuri bija paredzēti stacijas caurlaidspējas palielināšanai, pēc šiem pasākumiem stacijas caurlaidspēja palielinājās, no tā var secināt, ka vidējais viena pieprasījuma apkalpošanas laiks samazinājās. Ar šī modeļa palīdzību var skaitliski pierādīt stacijas caurlaidspējas palielināšanas pozitīvātāti un ierosināto pasākumu efektivitāti.

3.2. Masu apkalpošanas sistēmas radītāji

Dzelzceļa transportā aiz vien biežāk nākas saskarties ar nepieciešamību risināt savdabīgus, ar varbūtībām saistītus masu apkalpošanas sistēmas uzdevumus.

Par šādu uzdevumu piemēriem var kalpot dzelzceļa stacijas, remontu darbnīcas, biļešu kases utt.

Masu apkalpošanas sistēmas var būt gan viena kanāla, gan vairāku kanālu. Ikvienas masu apkalpošanas sistēmas darbs sastāv no pienākošās prasību un pieteikumu plūsmas, pieteikumi pienāk viens pēc otra, brīvi izvēlētos laika momentos [6.,71.lpp.]. Pienākošo pieteikumu apstrāde noris kādu konkrētu laika sprīdi, pēc kura kanāls tiek atbrīvots un ir gatavs uzņemt nākošo pieteikumu.

Katra masu apkalpošanas sistēma, atkarībā no kanālu skaita un tās veikspējas ir nedefinēta ar konkrētu caurlaides spēju, kura ļauj apstrādāt noteiktu skaitu pieteikumu.

Masu apkalpošanas teorijas mērķis ir noskaidrot atkarību starp pieteikumu plūsmas veidu, konkrēta kanāla caurlaides spēju, kanālu skaitu un apkalpošanas efektivitāti.

Galvenā interese masu apkalpošanas teorijā parasti ir saistīta ar sistēmas robežu raksturlielumu, kuri arī gan tiek saukti par masu apkalpošanas sistēmas efektivitātes rādītājiem. Par rādītājiem parasti kalpo sekojošas vērtības [7.,86.lpp.]:

- A - vidējais pieteikumu skaits, kuras apkalpo masu apkalpošanas sistēmas vienā laika vienībā. Doto raksturlielumu sauc par absolūto masu apkalpošanas sistēmas caurlaides spēju;

- Q - pienākošā pieteikuma apstrādes varbūtība vai masu apkalpošanas sistēmas caurlaides spēja.

Tādējādi:

$$Q = \frac{A}{\lambda}, \quad (3.1)$$

kur: λ - pieteikumu plūsmas intensitāte;

P_{att} - atteikuma varbūtība, t.i. varbūtība, ka pienākošais pieteikums netiks apstrādāts;

$\bar{z}$ - masu apkalpošanas sistēmā esošais vidējais pieteikumu skaits (šajā gadījumā tiek ņemti vērā visi pieteikumi – gan apstrādātie, gan tie, kuri atrodas apstrādes rindā, ja tādi pastāv);

$\bar{r}$ - apstrādes rindā esošo pieteikumu skaits, ja tādi pastāv;

$\overline{t_{sis}}$ - masu apkalpošanas sistēmā pienākošo pieteikumu vidējais pienākšanas laiks visos gadījumos – pieteikumu apstrādes procesā, gan apstrādes rindā.

$$\overline{t_{sis}} = \frac{\bar{z}}{\lambda}; \quad (3.2)$$

kur: $\overline{t_{rinda}}$ - vidējais laiks, ko pieteikums pavada apstrādes rindā.

$$\overline{t_{rinda}} = \frac{\bar{r}}{\lambda}; \quad (3.3)$$

kur: $\bar{k}$ - vidējais kanālu skaits.

Formulas ir patiesas tikai gadījumā, ja ienākošā pieteikumu plūsma un apkalpojošā plūsma ir stacionāra.

3.3. Šķirotavas stacijas „A” parks, ka masu apkalpošanas sistēma

Uz doto brīdi Šķirotavas stacijas “A” parkā ir 8 ceļi, kuri specializēti kravu vilcienu pieņemšanai, apkalpošanai un uzbīdīšanai uz uzkalnu vai nosūtīšanai. Sastāvu plūsma tiek definēta kā parasta plūsma, sastāvu pienākšanas laiks „A” parkā ir ik pēc 0,60 stundām. Vidējais 1 sastāva dīkstāves laiks ir 3,46 stundas.

Vilcienu pienākšanas intensitāte stacijā tiek aprēķināts pēc formulas:

$$\lambda = \frac{1}{t1vid}, \quad (3.4)$$

kur: $t1vid = 0,60 \text{ st.}$ - vidējais laiks sastāvu pienākšana/izvilkšana.

$$\lambda = \frac{1}{0,60} = 1,67 \text{ sastāvi/stundā}$$

Apkalpošanas intensitātes laiks tiek aprēķināts pēc formulas:

$$\mu = \frac{1}{t2vid}, \quad (3.5)$$

kur: $t2vid = 3,46 \text{ st.}$ – vidējais sastāvu apstrādes laiks.

$$\mu = \frac{1}{3,46} = 0,29 \text{ apkalp./stundā}$$

Masu apkalpošanas sistēmas noslodzes koeficients [7.,149.lpp.]:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (3.6)$$

$$\rho = \frac{1,67}{0,29} = 5,76$$

$$\text{kamēr } \frac{\lambda}{\mu * n} < 1, \text{ kur } n\text{-kanālu skaits.} \quad \frac{1,67}{0,29 * 8} = 0,72$$

Masu apkalpošanas sistēmas efektivitātes rādītājs:

$$P_0 = \left[1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \frac{\rho^3}{3!} + \frac{\rho^4}{4!} + \frac{\rho^5}{5!} + \frac{\rho^6}{6!} + \frac{\rho^7}{7!} + \frac{\rho^8}{8!(1 - \frac{\rho}{8})} \right]^{-1} \quad (3.7)$$

$$\left[1 + \frac{5,76}{1!} + \frac{5,76^2}{2!} + \frac{5,76^3}{3!} + \frac{5,76^4}{4!} + \frac{5,76^5}{5!} + \frac{5,76^6}{6!} + \frac{5,76^7}{7!} + \frac{5,76^8}{8!(1 - \frac{5,76}{8})} \right]^{-1} P_0 = 0,0028$$

Viena kanāla aizņemšanas varbūtība:

$$P_1 = \frac{\rho}{1!} * P_0, \quad (3.8)$$

$$P_1 = \frac{5,76}{1!} \cdot 0,0028 = 0,016$$

Divu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_2 = \frac{\rho^2}{2!} * P_0 \quad (3.9)$$

$$P_2 = \frac{5,76^2}{2!} \cdot 0,0028 = 0,046$$

Trīs kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_3 = \frac{\rho^3}{3!} * P_0 \quad (3.10)$$

$$P_3 = \frac{5,76^3}{3!} \cdot 0,0028 = 0,089$$

Četru kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_4 = \frac{\rho^4}{4!} * P_0 \quad (3.11)$$

$$P_4 = \frac{5,76^4}{4!} \cdot 0,0028 = 0,128$$

Piecu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_5 = \frac{\rho^5}{1!} * P_0 \quad (3.12)$$

$$P_5 = \frac{5,76^5}{5!} \cdot 0,0028 = 0,148$$

Sešu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_6 = \frac{\rho^6}{1!} * P_0 \quad (3.13)$$

$$P_6 = \frac{5,76^6}{6!} \cdot 0,0028 = 0,142$$

Septiņu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_7 = \frac{\rho^7}{1!} * P_0 \quad (3.14)$$

$$P_7 = \frac{5,76^7}{7!} \cdot 0,0028 = 0,117$$

Astoņu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_8 = \frac{\rho^8}{1!} * P_0 \quad (3.15)$$

$$P_8 = \frac{5,76^8}{8!} \cdot 0,0028 = 0,084$$

Absolūtā caurlaides spēja:

$$A = \lambda \cdot (1 - P_8) \quad (3.16)$$

$$A = 1,67 \cdot (1 - 0,084) = 1,53$$

Līdz ar to secinām, ka masu apkalpošanas sistēma vidēji apkalpo 1,53 sastāvus stundā.

Relatīvā caurlaides spēja:

$$Q = \frac{A}{\lambda} \quad (3.17)$$

$$Q = \frac{1,53}{1,67} = 0,916$$

Tas nozīmē, ka pienākošā pieteikuma apstrādes laiks ir vienāds ar *0,916*.

Atteikuma varbūtība:

$$P_{att} = 1 - Q; \quad (3.18)$$

$$P_{att} = 1 - 0,916 = 0,084$$

Vidējais aizņemto kanālu skaits:

$$\bar{k} = \frac{A}{\mu}, \quad (3.19)$$

$$\bar{k} = \frac{1,53}{0,29} = 5,3$$

Tātad, Šķirotavas stacijas “A” parkā vienmēr ir aizņemti 5,3 ceļi. Secinājums: kanāli nav noslogoti, līdz ar to atrodas nostāvē.

Nemot vērā faktu, ka masu apkalpošanas sistēmas noslodzes koeficients nepārsniedz 1, secinām, ka nepieciešams palielināt plūsmas intensitāti.

3.3.1. Vilcienu plūsmas intensitātes palielināšana

Lai masu apkalpošanas sistēma tiktu optimāli noslogota palielināsim plūsmas intensitāti par 10%. Apkalpošanas intensitāti atstāsim iepriekšējo $\mu=0,29$ *sastāvi/stunda*.

$$\lambda = 1,67 + 0,17 = 1,84$$

Masu apkalpošanas sistēmas noslodzes koeficients:

$$\rho = \frac{1,84}{0,29} = 6,34$$

$$\frac{1,84}{8 * 0,29} = 0,79 < 1$$

Masu apkalpošanas sistēmas efektivitātes rādītājs:

$$\left[1 + \frac{6,34}{1!} + \frac{6,34^2}{2!} + \frac{6,34^3}{3!} + \frac{6,34^4}{4!} + \frac{6,34^5}{5!} + \frac{6,34^6}{6!} + \frac{6,34^7}{7!} + \frac{6,34^8}{8! \cdot (1 - \frac{6,34}{8})} \right]^{-1} = P_0 = 0,00142$$

Viena kanāla aizņemšanas varbūtība:

$$P_1 = \frac{6,34}{1!} \cdot 0,00142 = 0,009$$

Divu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_2 = \frac{6,34^2}{2!} \cdot 0,00142 = 0,029$$

Trīs kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_3 = \frac{6,34^3}{3!} \cdot 0,00142 = 0,060$$

Četrus kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_4 = \frac{6,34^4}{4!} \cdot 0,00142 = 0,096$$

Piecu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_5 = \frac{6,34^5}{5!} \cdot 0,00142 = 0,121$$

Sešu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_6 = \frac{6,34^6}{6!} \cdot 0,00142 = 0,128$$

Septiņu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_7 = \frac{6,34^7}{7!} \cdot 0,00142 = 0,116$$

Astoņu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_8 = \frac{6,34^8}{8!} \cdot 0,00142 = 0,092$$

Absolūtā caurlaides spēja:

$$A = 1,84 \cdot (1 - 0,092) = 1,67$$

Līdz ar to secinām, ka masu apkalpošanas sistēma vidēji apkalpo 1,67 sastāvus stundā.

Relatīvā caurlaides spēja:

$$Q = \frac{1,67}{1,84} = 0,908$$

Tad pienākošā pieteikuma apstrādes laiks ir vienāds ar 0,908.

Atteikuma varbūtība:

$$P_{att} = 1 - 0,908 = 0,092$$

Vidējais aizņemto kanālu skaits:

$$\bar{k} = \frac{1,67}{0,29} = 5,76$$

Tātad, secinām, ņemot vērā iepriekš minēto intensitāti, stacijā būs aizņemti 5,76 kanāli, masu apkalpošanas sistēmas noslodzes koeficients nepārsniedz 1. Pie tam, netiks veidotas rindas, kanāli nav pilnība noslogoti – atrodas nostāve.

Ņemot vērā faktu, ka masu apkalpošanas sistēmas noslodzes koeficients nepārsniedz 1, var secināt, ka nepieciešams palielināt plūsmas intensitāti.

Lai masu apkalpošanas sistēma tiktu optimāli noslogota, pie kam, lai sistēma neveidotu rindu - palielināsim plūsmas intensitāti uz 25%. Apkalpošanas intensitāti atstāsim iepriekšējo $\mu=0,29$ sastāvi/stunda.

$$\lambda = 1,67 + 0,42 = 2,09$$

Masu apkalpošanas sistēmas noslodzes koeficients:

$$\rho = \frac{2,09}{0,29} = 7,21$$

$$\frac{2,09}{8 \cdot 0,29} = 0,90 < 1$$

Masu apkalpošanas sistēmas efektivitātes rādītājs:

$$\left[1 + \frac{7,21}{1!} + \frac{7,21^2}{2!} + \frac{7,21^3}{3!} + \frac{7,21^4}{4!} + \frac{7,21^5}{5!} + \frac{7,21^6}{6!} + \frac{7,21^7}{7!} + \frac{7,21^8}{8! \cdot (1 - \frac{7,21}{8})} \right]^{-1} = P_0 = 0,00038$$

Viena kanāla aizņemšanas varbūtība:

$$P_1 = \frac{7,21}{1!} \cdot 0,00038 = 0,003$$

Divu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_2 = \frac{7,21^2}{2!} \cdot 0,00038 = 0,010$$

Trīs kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_3 = \frac{7,21^3}{3!} \cdot 0,00038 = 0,024$$

Četru kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_4 = \frac{7,21^4}{4!} \cdot 0,00038 = 0,043$$

Piecu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_5 = \frac{7,21^5}{5!} \cdot 0,00038 = 0,062$$

Sešu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_6 = \frac{7,21^6}{6!} \cdot 0,00038 = 0,074$$

Septiņu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_7 = \frac{7,21^7}{7!} \cdot 0,00038 = 0,076$$

Astoņu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_8 = \frac{7,21^8}{8!} \cdot 0,00038 = 0,069$$

Absolūtā caurlaides spēja:

$$A = 2,09 \cdot (1 - 0,069) = 1,95$$

Līdz ar to secinām, ka masu apkalpošanas sistēma vidēji apkalpo 1,95 sastāvus stundā.

Relatīvā caurlaides spēja:

$$Q = \frac{1,95}{2,09} = 0,933$$

Tad pienākošā pieteikuma apstrādes laiks ir vienāds ar 0,933.

Atteikuma varbūtība:

$$P_{att} = 1 - 0,933 = 0,067$$

Vidējais aizņemto kanālu skaits:

$$\bar{k} = \frac{1,95}{0,29} = 6,72$$

Lai masu apkalpošanas sistēma tiktu optimāli noslogota palielināsim plūsmas intensitāti par 38%. Apkalpošanas intensitāti atstāsim iepriekšējo $\mu=0,29$ sastāvi/stundā.

$$\lambda = 1,67 + 0,63 = 2,30$$

Masu apkalpošanas sistēmas noslodzes koeficients:

$$\rho = \frac{2,30}{0,29} = 7,93$$

$$\frac{2,30}{8 \cdot 0,29} = 0,99 < 1$$

Masu apkalpošanas sistēmas efektivitātes rādītājs:

$$\left[1 + \frac{7,93}{1!} + \frac{7,93^2}{2!} + \frac{7,93^3}{3!} + \frac{7,93^4}{4!} + \frac{7,93^5}{5!} + \frac{7,93^6}{6!} + \frac{7,93^7}{7!} + \frac{7,93^8}{8! \cdot (1 - \frac{7,93}{8})} \right]^{-1} = P_0 = 0,000022$$

Viena kanāla aizņemšanas varbūtība:

$$P_1 = \frac{7,93}{1!} \cdot 0,000022 = 0,00017$$

Divu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_2 = \frac{7,93^2}{2!} \cdot 0,000022 = 0,00069$$

Trīs kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_3 = \frac{7,93^3}{3!} \cdot 0,000022 = 0,0018$$

Četru kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_4 = \frac{7,93^4}{4!} \cdot 0,000022 = 0,0036$$

Piecu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_5 = \frac{7,93^5}{5!} \cdot 0,000022 = 0,0057$$

Sešu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_6 = \frac{7,93^6}{6!} \cdot 0,000022 = 0,0076$$

Septiņu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_7 = \frac{7,93^7}{7!} \cdot 0,000022 = 0,0086$$

Astoņu kanālu aizņemšanas varbūtība:

$$P_8 = \frac{7,93^8}{8!} \cdot 0,000022 = 0,0085$$

Absolūtā caurlaides spēja:

$$A = 2,30 \cdot (1 - 0,0085) = 2,28$$

Līdz ar to secinām, ka masu apkalpošanas sistēma vidēji apkalpo 2,28 sastāvus stundā.

Relatīvā caurlaides spēja:

$$Q = \frac{2,28}{2,30} = 0,99$$

Tad pienākošā pieteikuma apstrādes laiks ir vienāds ar 0,99.

Atteikuma varbūtība:

$$P_{att} = 1 - 0,99 = 0,01$$

Vidējais aizņemto kanālu skaits:

$$\bar{k} = \frac{2,28}{0,29} = 7,86$$

Tātad, secinām, ņemot vērā iepriekš minēto intensitāti, stacijā būs aizņemti 7,86 kanāli, masu apkalpošanas sistēmas noslodzes koeficients nepārsniedz 1. Pie tam, netiks veidotas rindas, kā arī visi kanāli darbosies efektīvi.

Visus Šķirotavas stacijas „A” parka masu apkalpošanas sistēmas radītājus apkopojam tabulā (3.1. tabula), ka arī kanālu aizņemšanas varbūtība ir apkopota tabulā (3.2. tabula).

3.1. tabula

„A” parka masu apkalpošanas sistēmas radītāji

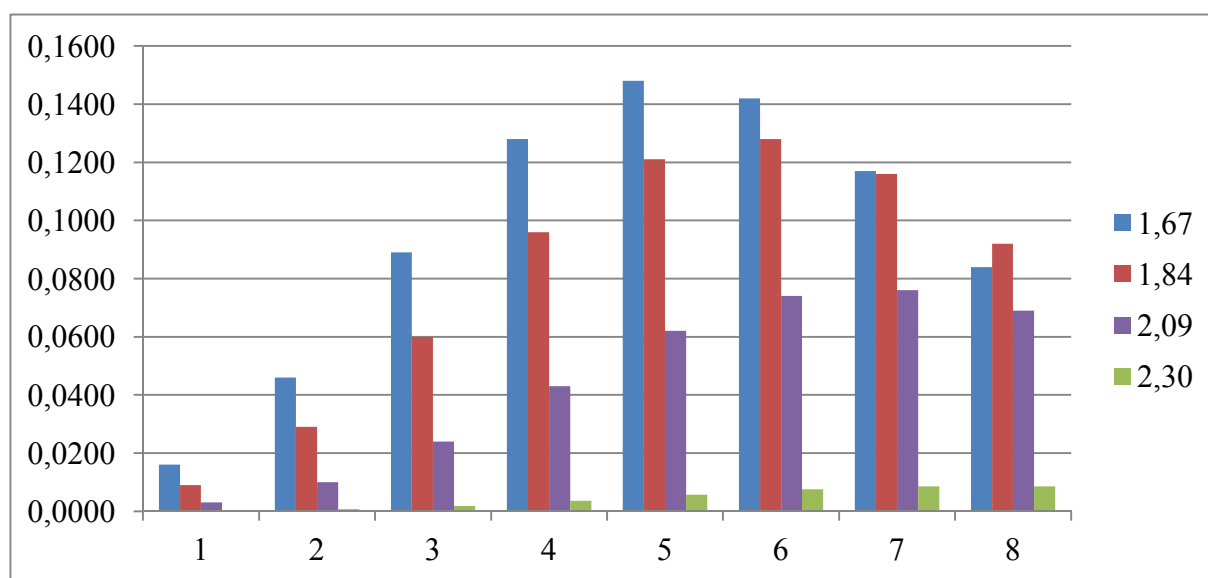
Sastāvu plūsmas palielinājums [%]	-	10%	25%	38%
Vilcienu pienākšanas intensitāte, λ	1,67	1,84	2,09	2,30
Vilcienu sastāvu apkalpošanas intensitāte, μ	0,29	0,29	0,29	0,29
Kanālu skaits, n	8	8	8	8
Noslodzes koeficients, ρ	5,76	6,34	7,21	7,93
Varbūtība, ka stacija nav vilcienu sastāvu, P_0	0,0028	0,00142	0,00038	0,000022
Absolūta caurlaides spēja, A	1,53	1,67	1,95	2,28
Relatīva caurlaides spēja, Q	0,916	0,908	0,933	0,99
Vidējais aizņemtu kanālu skaits, $\bar{k}$	5,3	5,76	6,72	7,86

3.2. tabula

„A” parka kanālu aizņemšanas varbūtība

n/λ	1,67	1,84	2,09	2,30
1	0,016	0,009	0,003	0,00017
2	0,046	0,029	0,01	0,00069
3	0,089	0,06	0,024	0,0018
4	0,128	0,096	0,043	0,0036
5	0,148	0,121	0,062	0,0057
6	0,142	0,128	0,074	0,0076
7	0,117	0,116	0,076	0,0086
8	0,084	0,092	0,069	0,0085

Pēc 3.2. tabulas datiem izveidojam grafiku (3.1. zīm.).



3.1.zīm.Kanalu aizņemšanas varbūtība.