

ALTERNATİF AKIMDA PARALEL DEVRELER

4.1 R-L (DİRENÇ - BOBİN) SERİ BAĞLANMASI

4.2 R-C (DİRENÇ - KONDANSATÖRÜN) SERİ BAĞLANMASI

4.3 R-L-C (DİRENÇ-BOBİN - KONDANSATÖR) SERİ BAĞLANMASI

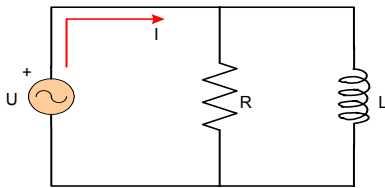
4.4 R-L-C SERİ DEVRESİNDE GÜÇ

PARALEL DEVRELER

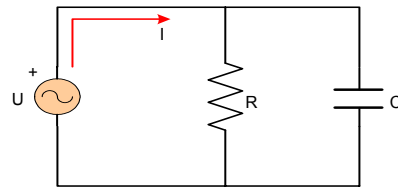
Alternatif akım paralel devrelerinin özelliklerinin özellikleri seri devrenin özelliklerinden tamamen farklıdır. Seri devrelere göre paralel devrelerin hesaplanması biraz daha zordur. Paralel devreler bunun için gerekli hesaplamalarla devrenin eşdeğeri olan seri devre durumuna getirilir.

Seri devrede kendine özgü özellikleri olduğu gibi paralel devrenin de kendine özgü özellikleri vardır. Bu özellikler ilerleyen konularda çözümlerle yol gösterilecektir.

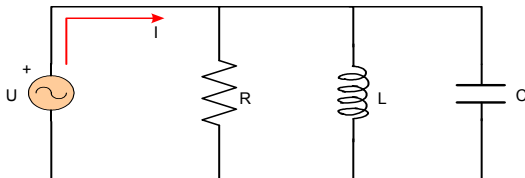
- Devre elemanları hepsi kaynağa paralel bağlı olduğundan kaynağın gerilimi eleman uçlarında aynen görülür. Paralel devrede değişmeyen U gerilimi referans vektör olarak alınır.
- Paralel devrede eleman uçlarındaki gerilim değişmezken kaynaktan çekilen akımlar elemanlar üzerinde çeşitli kollara bölünür. Kaynaktan çekilen akım, kollar üzerinden geçen akımların vektörel toplamına eşittir.
- Paralel bağlı kollardeki dirençleri terslerinin vektörel toplamına eşittir. Devre elemanları kendi aralarında da paralel olarak (R-L), (R-C), (R-L-C) ve (L-C) olarak bağlanabilirler. Bu bağlantıların şekil 4.1 de görülmektedir.



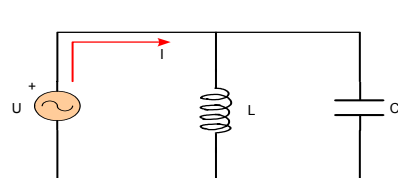
R-L paralel devresi



R-C paralel devresi



R-L-C paralel devresi



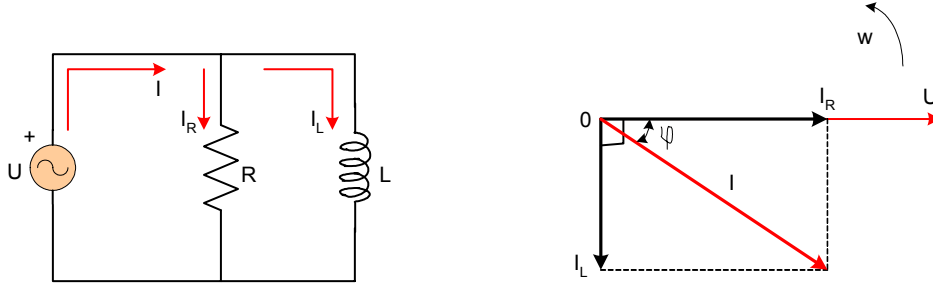
L-C paralel devresi

Şekil 4.1 Paralel bağlı devre çeşitleri

4.1 R-L (DİRENÇ - BOBİN) SERİ BAĞLANMASI

Şekil 4.2 deki devrede R-L elemanı birbirleri ile paralel bağlanarak bu eleman uçlarına alternatif bir emk bağlanmıştır. Bu uygulanan sinüzoidal alternatif gerilim elemanlar üzerinden yine sinüzoidal bir akıma akıtacaktır. Bu kaynaktan çekilen I akımı elemanlar üzerinden kollara ayrılarak tekrar kaynağa I olarak devresini tamamlayacaktır. Kirşofun akımlar kanunun dan kaynaktan çekilen akımla eleman üzerinden geçen akımların vektörel toplamına eşit olacaktır. Bu ifade aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$I = I_R + I_L$$



Şekil 4.2 R-L paralel devre ve vektör diyagramı

Şekil 4.2 de vektör diyagramı çizilmiştir. Bu vektör çizilirken devrede değişmeyen elemanların uçlarındaki gerilim baz alınarak çizilmiştir. Direnç elemanı R_1 akımla gerilim arasında faz farkı oluşturmadığı için gerilimle aynı fazlı çizilmiş, bobin elemanı L_1 ise, akım gerilim arasında 90° geri fazda akıtmaktadır. Bu doğrultuda vektör diyagramı çizilmiş, kaynak akımı I , gerilimden φ açısı kadar geri fazda olduğu çizilmiştir. Vektör diyagramında kaynaktan çekilen akımın denklemi hipotenüs bağıntısından ;

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2 \quad I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

bulunur. Devre elemanları kaynaktan çekilen akımın denklemi ise

$$I_R = \frac{U}{R} \quad I_L = \frac{U}{X_L} \quad I = \frac{U}{Z}$$

den bulunabilir. Burada hipotenüs bağıntısında kol akımları yerine yazılmak suretiyle devrenin formülü çıkarılabilir.

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2$$

$$\frac{U}{Z} = \frac{U}{R} = \frac{U}{X_L} \quad \frac{U^2}{Z^2} = \frac{U^2}{R^2} = \frac{U^2}{X_L^2}$$

U^2 parantezine alınır. Her iki taraf U^2 bölünerek bulunur.

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} = \frac{1}{X_L^2} \quad Z = \frac{I}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}}$$

Devrenin akımı ile gerilimi arasındaki faz açısını ve güç katsayısını şekil 4.2 vektör diyagramındaki dik üçgenden hesaplanabilir.

$$\tan \varphi = \frac{I_L}{I_R} \quad \text{veya} \quad \tan \varphi = \frac{R}{X_L} \quad \cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{U/R}{U/Z} = \frac{Z}{R}$$

Paralel R-L devresin de akım gerilimden geri kaldığı için devre geri güç katsayılıdır.

Paralel devrede yeni bazı tanımlamalar yaparak şekil 4.2 deki vektör diyagramını tekrar çizelim. Biliniyor ki, R , X_L ve Z akımın akmasına zorluk gösteren durumlardır. Bunların tersi durum yani $1/R$, $1/X_L$ ve $1/Z$ ise akımın akmasına kolaylık gösteren durumlardır.

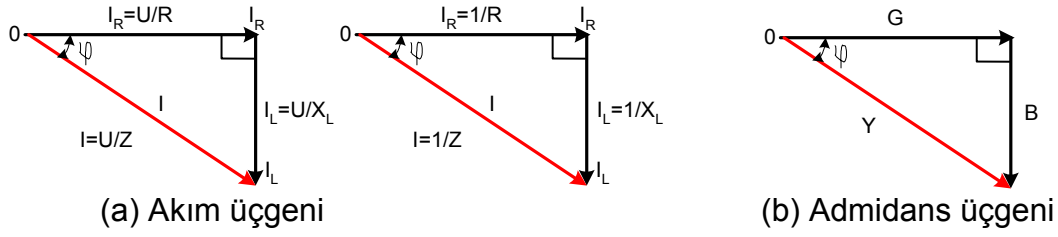
$1/R$: R direncinin iletkenliği denir. G harfi ile gösterilir. Birimi $(1/\Omega)$ veya siemens dir.

$1/X_L$: X_L endüktif reaktansın tersine elektrik akımına gösterdiği kolaylığa süseptans denir. B harfi ile ifade edilir. Endüktif süseptans B_L , kapasitif süseptans da B_C harfleri ile gösterilir. Birimi $(1/\Omega)$ veya siemens dir.

$1/Z$: Elektrik akımına göstermiş olduğu kolaylığa admidans denir. Y harfi ile ifade edilerek birimi $1/\Omega$ veya siemens dir.

$$\frac{1}{R} = G \quad \frac{1}{X_L} = B_L \quad \frac{1}{Z} = Y$$

Bu bilgilerden sonra iletkenlik süseptans ve admidans olarak vektör diyagramına şekil 4.3 deki gibi olur.



Şekil4.3

Şekil 4.3a da akımlar üçgeninde her kenar U'ya bölünerek (b) deki vektör diyagramı ortaya çıkar. Bu diyagramdan devrenin direnci bulunur.

$$(1/Z)^2 = (1/R)^2 + (1/X_L)^2 \quad \frac{1}{Z} = \sqrt{(1/R)^2 + (1/X_L)^2}$$

Şekil 4.3 deki iletken, süseptans ve admidans değerleri yerlerine konulursa devrenin admidans formülü ortaya çıkar.

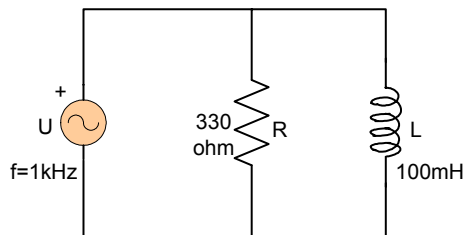
$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$$

Devrenin akımı, gerilimi admidans değeri ile bulunması gerektiği durumda aşağıdaki formüllerden bulunabilir.

$$U = \frac{I}{Y} \quad Y = \frac{I}{U}$$

Örnek4.1

Şekil4.4 deki alternatif akım devresinde, devrenin eşdeğer admidansını ve empedansını bulunuz.



Şekil4.4

Çözüm4.1

Admidansın bulunabilmesi için önce G ve B_L'nin değerinin bulunması gerekir.

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{330\Omega} = 3,03ms$$

$$\text{Endüktif reaktansı } X_L = 2\pi fL = 2\pi(1000\text{Hz})(100\text{mH}) = 628\Omega$$

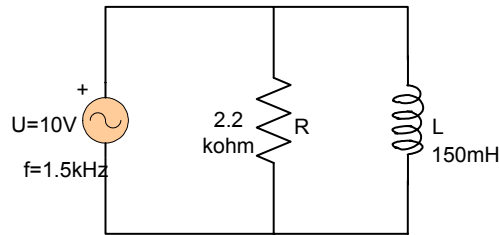
$$\text{Bobinin süseptansı } B_L = \frac{1}{X_L} = 1,59ms$$

$$\text{Devrenin admidansı } Y_T = \sqrt{G^2 + B_L^2} = \sqrt{3,03^2 + 1,59^2} = 3,42 \text{ ms}$$

$$\text{Admidansın tersi empedansı verir } Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{3,42ms} = 292\Omega$$

Örnek4.2

Şekil 4.5 de verilen Alternatif Akım devresinde kaynaktan çekilen akımı ve akımla gerilim arasındaki ϕ faz farkı açısını bulunuz.



Şekil 4.5

Çözüm4.2

Önce toplam admidansın bulunması gerekir. Admidansın bulunması içinde;
 $X_L = 2\pi fL = 2\pi(1,5\text{kHz}) \cdot (150\text{mH}) = 1,41 \text{ k}\Omega$

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{1,41\text{k}\Omega} = 709\mu s$$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{2,2\text{k}\Omega} = 455\mu s$$

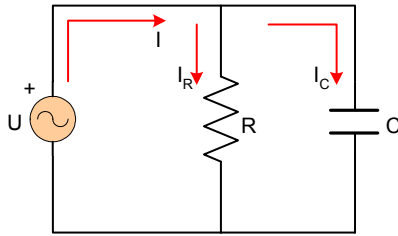
$$Y_T = \sqrt{G^2 + B_L^2} = \sqrt{(455\mu s)^2 + (709\mu s)^2} = 842 \mu s$$

$I_T = V \cdot Y_T = (10\text{V})(842\mu s) = 8,42\text{mA}$ bulunur. Akımla gerilim arasındaki faz açısı;

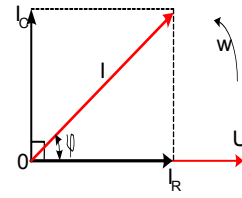
$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{R}{X_L} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2.2k\Omega}{1.41k\Omega} \right) = 57.3^\circ$$

4.2 R-C (DİRENÇ - KONDANSATÖRÜN) SERİ BAĞLANMASI

Paralel bağlı R direnci ile C kondansatörü seri bağlanıp uçlarını Alternatif bir gerilim uygulandığında kaynaktan sinüzoidal bir I akımı çekilir. R direncin üzerinden I_R akımı ve C kondansatör üzerinden de I_C akımı akar. Bu akan akım direnç elemanın gerilimi ile aynı fazda olurken kondansatör elemanında ise uçlarındaki gerilimden akım 90° ileri fazdadır. Bu açıklamalar ışığında R-C paralel devresi ve bu devrenin vektör diyagramı şekil 4.6 daki gibi olur.



(a) R-C paralel devresi



(b) Vektör diyagramı

Şekil 4.6

Vektör diyagramındaki taralı dik üçgenden pisagor bağıntısı uygulandığında R-C paralel devresinin kaynaktan çekilen akım formülü ortaya çıkar.

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2 \quad I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$$

ohm kanununa göre kol akımları ve kaynaktan çekilen akım yazılabilir.

$$I_R = \frac{U}{R} \quad I_C = \frac{U}{X_C} \quad I = \frac{U}{Z}$$

Ohm kanunundaki I_R , I_C ve I eşitlikleri akım formülünde yerine yazılırsa devrenin empedansı bulunur.

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}$$

$$Z = \frac{1}{(1/R)^2 + (1/X_C^2)}$$

$$\frac{1}{Z^2} = \sqrt{1/R^2 + 1/X_C^2}$$

$$Z = \frac{R \cdot X_c}{\sqrt{R^2 + X_c^2}}$$

Devrenin faz açısı ve güç katsayısı vektör diyagramından hesaplanabilir.

$$\tan \varphi = \frac{I_c}{I} \quad \text{veya} \quad \tan \varphi = \frac{U/R}{X_c} \quad \cos \gamma = \frac{I}{I_c} = \frac{U/R}{U/Z} = \frac{Z}{R}$$

Paralel R-C devresinde, akım geriliminden φ kadar ileride olduğundan bu devreye ileri güç katsayılı devre denir. Gerilim üçgeninden admidans üçgenini elde edilişi ve admidans formülü aşağıdaki şekil4.7deki gibi olur.



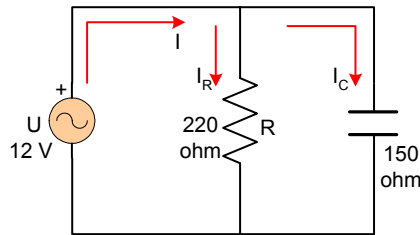
Şekil4.7 Admidans üçgeni

Admidans üçgeninden R-C devresinin admidans formülü

$$Y = \sqrt{G^2 + B_c^2}$$

Örnek4.3

Şekil 4.8 deki R-C paralel devresinde kaynaktan çekilen akım, kol akımlarını devre gerilimi ile akımı arasındaki faz farkı açısını hesaplayınız.



Şekil 4.8

Çözüm4.3

Eleman uçlarındaki gerilim kaynak gerilim eşit olduğuna göre

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{12V}{220\Omega} = 54.5A$$

$$I_c = \frac{U}{X_c} = \frac{12V}{150\Omega} = 80mA$$

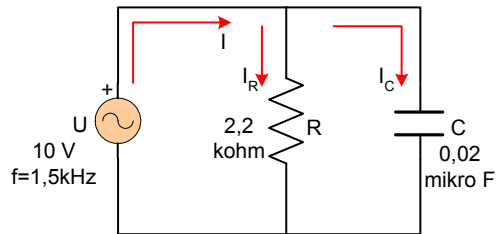
$$I_T = \sqrt{I_R^2 + I_c^2} = \sqrt{(54.5mA)^2 + (80mA)^2} = 96,8 \text{ mA}$$

Akımla gerilim arasındaki fark açısı ;

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{I_c}{I_R}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{80mA}{54.5mA}\right) = 55.7^\circ$$

Örnek4.4:

Şekil 4.9 da verilen R-C paralel devresinde kaynaktan çekilen akımı ve akımla gerilim arasındaki faz farkı açısını bulunuz.



Şekil 4.9

Çözüm4.4

Kaynaktan çekilen akım bulunabilmesi için önce admidansının bulunması gerekir.

$$\text{Kondansatörün Süseptansı : } B_c = \frac{1}{X_c} = \frac{1}{5.31k\Omega} = 188\mu S$$

Direncin iletkenliği: $G = \frac{1}{R} = \frac{1}{2.2k\Omega} = 455\mu S$

Toplam Admidans: $Y_T = \sqrt{G^2 + B_c^2} = \sqrt{(455\mu S)^2 + (188\mu S)^2} = 492\mu S$

$I_T = V \cdot Y_T = (10V) \cdot (492\mu S) = 4.92 \text{ mA}$

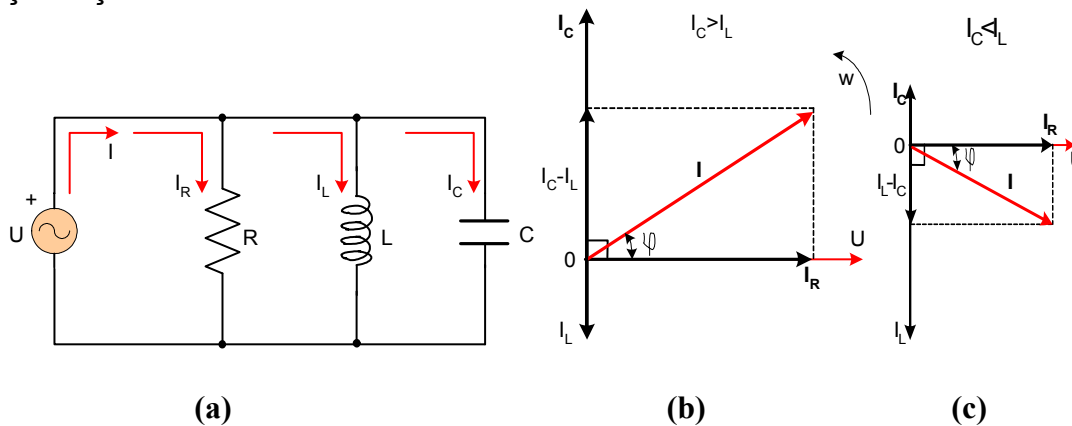
Akımla gerilim arasındaki faz açısı

$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{R}{X_c}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2.2k\Omega}{5.31k\Omega}\right) = 22.5^\circ$

4.3 R-L-C (DİRENÇ-BOBİN - KONDANSATÖR) SERİ BAĞLANMASI

Direnç, bobin ve kondansatör elemanları aynı devrede paralel bağlanıp uçlarına sinüzoidal bir gerilim uygulandığında kaynaktan çekilen I akımı, R elemanı üzerinden geçen akım gerilimle aynı fazdadır. Bobinden geçen I_L akımı gerilimle 90° lik bir faz farkı meydana gelir. Gerilim I_L akımından 90° ileri fazdadır. Kondansatör üzerinden geçen I_c akımı gerilimi de 90° ileridedir.

Şekil 4.10 da R-L-C devresi ve vektör diyagramı bu bilgiler doğrultusunda çizilmiştir.



Şekil4.10

R-L-C paralel bağlı elemanların oluşturduğu devrede üç durumda karşılaşılr.

- a) Endüktif reaktansın kapasitif reaktanstan büyük olması $X_L > X_c$
- b) Endüktif reaktansın kapasitif reaktanstan küçük olması $X_L < X_c$
- c) Endüktif reaktansın kapasitif reaktanstan eşit olması $X_L = X_c$

$X_L > X_c$ durumunda endüktif reaktansın; kapasitif reaktanstan değer olarak daha büyüktür. Bu durumda bobin üzerinden geçen I_L akımı, kondansatör üzerinden geçen I_c akımından daha küçük olacaktır. $X_L > X_c$ durumunda vektör diyagramı şekil4.10(b) de çizilmiştir. Vektör diyagramından kaynaktan çekilen akım formülü aşağıdaki gibi olur.

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_c - I_L)^2}$$

bu formülden bulunduğu gibi ohm kanunundan faydalanınca aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$I_L = \frac{U}{X_L} \quad I_c = \frac{U}{X_c} \quad I_R = \frac{U}{R} \quad I = \frac{U}{Z}$$

Bu eşitlikler vektör diyagramında çıkarılan devre akım formülünde yerine konulursa devrenin admidansı bulunur.

$$I = \sqrt{(U/R)^2 + (U/X_c - U/X_L)^2} = U \sqrt{(1/R)^2 + (1/X_c - 1/X_L)^2}$$

Eşitliğin her iki tarafı U değerine bölünerek devrenin empedansı, empedansın tersi ise admidansı aşağıdaki şekilde olur.

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{Z} = \sqrt{(1/R)^2 + (1/X_c - 1/X_L)^2} \quad Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{\sqrt{(1/R)^2 + (1/X_c - 1/X_L)^2}}$$

bulunur. Güç katsayısı değişik şekillerde bulunabilir. Güç katsayısının değerini aşağıdaki formüller yardımı ile bulunur.

$$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{U/R}{U/Z} \quad \cos \varphi = \frac{Z}{R}$$

Akımla gerilim arasındaki faz farkı açısı φ 'nin bulunması ise aşağıdaki formüllerde bilinen değerler yerlerine konularak bulunur.

$$\tan \varphi = \frac{B_C - B_L}{G}$$

$X_L < X_C$ durumunun vektör diyagramı şekil 4.10 (c) de çizilmiştir. Bu durumda endüktif reaktans, kapasitif reaktanstan küçük olduğu durumdur. Bu da I_C akımının I_L akımından küçük olduğu anlamına gelir. $X_L > X_C$ durumundaki formüllerde sadece $(I_C - I_L)$ yerine $(I_L - I_C)$ konulması ile tüm formüller çıkartılabilir.

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

burada ohm kanunundaki formüller kullanılarak devrenin empedans ve admidansı bulunur.

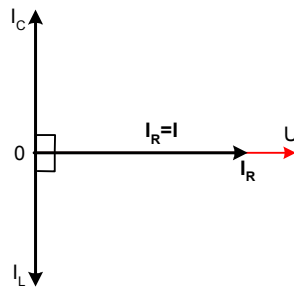
$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

akımla gerilim arasındaki faz açısı ve güç katsayısı formülü ise aşağıdaki şekilde

$$\tan \varphi = \frac{B_L - B_C}{G} \quad \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{B_L - B_C}{G} \right) \quad \cos \varphi = \frac{Z}{R}$$

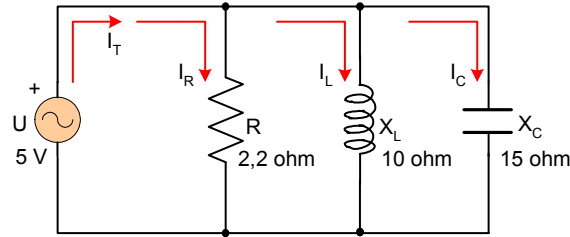
$X_L = X_C$ durumunda ise endüktif ve kapasitif kollardan eşit akımlar geçer. Bu akımlar arasında faz farkı 180° olduğu için, bu iki akımın aritmetik farkı sıfırdır. Dolayısıyla devrenin toplam akımı, omik R koldan geçen akıma eşittir ve güç katsayısı birdir. Bu devreye paralel rezonans devresi denir. Bu durumun vektörel şekil 4.11 deki gibidir.



Şekil 4.11

Örnek4.5

Şekil 4.12 de R-L-C elemanları paralel bağlanarak uçlarına efektif değeri 5v olan bir sinüzoidal bir gerilim uygulandığında kaynaktan çekilen akımlar, kol akımlarını ve akımla gerilim arasındaki faz farkı açısını buluruz.



Şekil4.12

Çözüm4.5

Elemanlar üzerinden geçen akım ohm kanunundan yararlanılarak bulunur.

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{5V}{2.2\Omega} = 2.27A \quad I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{5V}{5\Omega} = 1A \quad I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{5V}{10\Omega} = 0.5A$$

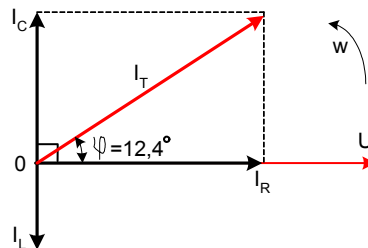
Kaynaktan çekilen toplam akım $X_L > X_C$ durumundaki formülden

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{(2.27A)^2 + (1A - 0.5A)^2} = 2.32A$$

Kaynaktan çekilen akımla gerilim arasındaki faz farkı açısı ;

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{I_C - I_L}{I_R} \right) = \left(\frac{0.5A}{2.27A} \right) = 12.4^\circ$$

Devrenin vektör diyagramı şekil 4.13 de çizilmiştir.



Şekil4.13 vektör diyagramı

RLC elemanları bir devrede birer tane bulundukları gibi aynı elemandan birden fazlada olma durumları mevcuttur. Bu elemanların seri, paralel veya seri-paralel bağlantılarda olabilir. Bu devrelerde devreyi tek bir kondansatör, direnç ve bobin olarak eşdeğerleri hesaplanarak bulunur. Devre yine tek RLC devre haline gelir. Devre seri durumda ise seri devre özellikleri paralel ise paralel devre özellikleri uygulanılarak analizi yapılır.

4.4 R-L-C SERİ DEVRESİNDE GÜÇ

RLC seri devresinde; kapasitif reaktans ile endüktif reaktansın birbirlerine göre büyük, küçük ve eşit olması özelliğini değiştirir. RLC seri devresinde akım gerilimden φ kadar geride veya ileride olduğu gibi, akım ile gerilim aynı fazda yani $\varphi=0$ olabilir. Buna göre devrenin güç katsayısı $\cos\varphi$ ileri, be $\cos\varphi$ geri ve $\cos\varphi=1$ olur. Devreye uygulanan U geriliminden, devrenin I akımı φ kadar ileride veya geride ise ortalama güç P (aktif güç) ve reaktif güç Q aşağıdaki formüllerle bulunur.

$$P = U.I.\cos\varphi$$

$$Q = U.I.\sin\varphi$$